

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
 МОНОХРОМАТИЧЕСКОГО СИГНАЛА ПРИ ВЕРТИКАЛЬНОМ
 РАСПРЕДЕЛЕНИИ ИНТЕНСИВНОСТИ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ
 ВЕРТИКАЛЬНОЙ ИЗЛУЧАЮЩЕЙ ЛИНЕЙНОЙ АНТЕННОЙ

Гиль В.В., Зеленков С.А., Коваль М.М.,
 Липатов Л.А., Сафронов О.Ф.
 Москва, Россия

Подробная информация об авторах размещена на сайте
 «Учёные России» - <http://www.famous-scientists.ru>

Приводятся результаты расчетов вертикального распределения интенсивности звукового поля в изоскоростном гидроакустическом волноводе. Поле создается вертикальной компенсированной антенной, излучающий монохроматический сигнал, и представляется в виде суммы нормальных волн. Интерференция между различными нормальными волнами не учитывается.

В настоящее время при расчетах звуковых полей в гидроакустических волноводах методом нормальных волн их сложение производится с учетом фазы. При этом кривая спада интенсивности звука с расстоянием носит "изрезанный" характер, обусловленный интерференцией нормальных волн. Вместе с тем известно, что при расчетах усредненных законов спада силы звука с расстоянием, нормальные волны в месте приема складываются без учета фазы, т.е. энергетически [1]. При этом звуковое поле усредняется или по сечению волновода или по расстоянию вдоль трассы распространения, и кривая спада амплитуды с расстоянием носит плавный характер.

В настоящей работе приводятся результаты расчетов вертикального распределения интенсивности звукового поля, создаваемого вертикальной линейной антенной, в изоскоростном волноводе без учета эффекта интерференции нормальных волн. В качестве волновода рассматривается однородный водный слой с постоянной скоростью звука c и плоскопараллельными абсолютно отражающими границами (поверхность абсолютно мягкая, дно абсолютно жесткое). Начало системы координат

(R, Z) располагается на дне, ось z направлена вертикально вверх, толщина слоя — H . Звуковое поле создается линейной антенной апертуры L , располагающейся в волноводе вертикально с фазовым центром на горизонте Z_0 , при $R=0$ и излучающей монохроматический сигнал частоты ω . В предельном случае при $L \rightarrow 0$ рассматривается поле точечного ненаправленного источника. Предполагается, что антенна снабжена линейным компенсатором, позволяющим поворачивать ее диаграмму в вертикальной плоскости на заданный угол компенсации β .

Рассмотрим вначале случай точечного ненаправленного источника. Установлено, что на кривой вертикального распределения интенсивности звукового поля (при усреднении по расстоянию) имеет место максимум на горизонте излучателя Z_0 и минимум на горизонте $H-Z_0$. Впервые на это обстоятельство обращается внимание в работе [2].

Звуковое поле в водном слое будем рассматривать в виде суммы незатухающих нормальных волн. Тогда на больших расстояниях от источника интенсивность поля на горизонте z может быть записана в виде

$$I(z) = \sum_{l=1}^k \left[\frac{1}{z_l^{1/2}} \cos(b_l Z_0) \cos(b_l z) \right]^2, \quad (1)$$

где k — число нормальных волн, $\xi_1 = (k^2 - b_1^2)^{1/2}$ и $b_1 = (1 - 0,5)\pi/H$ — горизонтальная и

вертикальные компоненты волнового числа l -й нормальной волны, $k = \omega/c$ — волновое

число. Пренебрежем сомножителем $1/\xi_1$. Он влияет на величины слагаемых, но не на их распределение по z . Путем простых

тригонометрических преобразований это выражение может быть приведено к виду:

$$I(z) = \frac{k}{4} + \frac{1}{4} \operatorname{Re} \sum_{l=1}^k \left\{ \frac{1}{2} \exp[-j \frac{P}{H} (Z_0 + z)] \exp[j \frac{2P}{H} (Z_0 + z)l] + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \exp[-j \frac{P}{H} (Z_0 - z)] \exp[j \frac{2P}{H} (Z_0 - z)l] + \exp(-j \frac{2P}{H} Z_0) \exp(j \frac{2P}{H} Z_0 l) + \right. \\ \left. + \exp(-j \frac{P}{H} z) \exp(j \frac{2P}{H} z l) \right\}. \quad (2)$$

Каждый ряд в правой части этого выражения представляет собой геометрическую прогрессию и преобразуется к виду:

$$I(z) = \frac{k}{4} \left\{ I + \frac{1}{2} \frac{\sin[2k \frac{P}{H} (Z_0 + z)]}{2k \sin[\frac{P}{H} (Z_0 + z)]} + \frac{1}{2} \frac{\sin[2k \frac{P}{H} (Z_0 - z)]}{2k \sin[\frac{P}{H} (Z_0 - z)]} + \right. \\ \left. + \frac{\sin(2k \frac{P}{H} Z_0)}{2k \sin(\frac{P}{H} Z_0)} + \frac{\sin(2k - \frac{P}{H} z)}{2k \sin(-\frac{P}{H} z)} \right\}. \quad (3)$$

Анализ этого выражения показывает, что на кривой интенсивности $I(z)$ имеют место следующие экстремумы. На горизонте излучения $z=Z_0$ имеет место максимум – третье слагаемое в фигурных скобках в выражении (3); на горизонте $z=H-Z_0$ ("сопряженном" горизонту излучения) имеет место минимум – второе слагаемое; на поверхности, при $z=H$, на кривой $I(z)$ имеет место минимум, а на дне, при $z=0$, имеет место максимум – пятое слагаемое в фигурных скобках в выражении (3).

На рис. 1 представлены кривые распределения интенсивности звукового поля $I(z)$, создаваемого точечным ненаправленным источником, помещенным на горизонте $Z_0=0,75H$ (кривая 1) и $Z_0=0,5H$ (кривая 2) в волноводе толщиной $H=10\lambda$. При этом в волноводе без затухания распространяется двадцать нормальных волн: $k=20$. Расчеты проводились по точной формуле (1), т.е. с учетом сомножителя $1/\xi_1^{1/2}$. На этом и последующих рисунках каждая кривая $I(z)$ нормировалась по своему максимальному значению. На обеих кривых рис.1 на поверхности имеет место нуль, а на дне – максимум. Кроме того, на

кривой 1 на горизонте излучателя Z_0 имеет место максимум, а на сопряженном горизонте $H-Z_0$ – минимум. Если излучатель помещается на середине водного слоя $Z_0=0,5H$, то на этом горизонте на кривой $I(z)$ максимум или минимум отсутствуют – сумма второго и третьего слагаемых в фигурной скобке формулы (3) равна нулю.

Обратимся теперь к случаю вертикальной линейной антенны. Излучаемое поле представляется в виде суммы нормальных волн с теми же фазовыми и групповыми скоростями, что и в случае точечного ненаправленного источника. Каждая нормальная волна в изоскоростном волноводе может быть представлена в виде суперпозиции двух плоских волн, распространяющихся вдоль волновода наклонно под углами скольжения $\beta_1 = \pm \arcsin(b/k)$, а совокупность этих плоских волн образует угловой дискретный спектр в вертикальной плоскости. Угловой спектр нормальных волн, создаваемый вертикальной линейной антенной, оказывается равным угловому спектру точечного ненаправленного источника, "взвешенному" диаграммой направленно-

сти этой антенны в свободном пространстве. Таким образом, направленность вертикальной антенны в волноводе сказывается

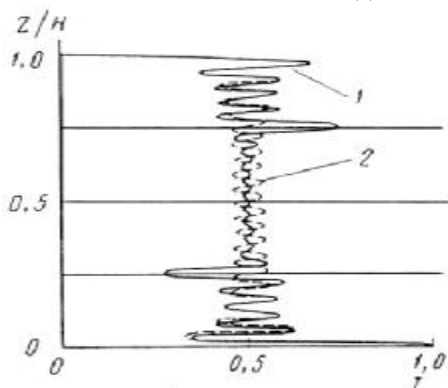


Рис. 1. Распределение $I(z)$ для точечного источника в слое: $H = 10\lambda$, $k = 20$, $Z_0 = 0,75H$ (кривая 1) и $Z_0 = 0,5H$ (кривая 2)

на степени возбуждения излучаемых нормальных волн.

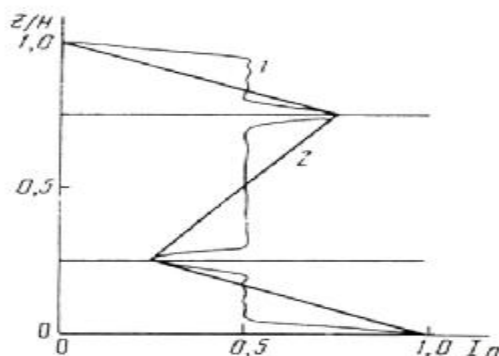


Рис. 2. Распределение $I_0(z)$ для вертикальной линейной антенны в слое: $H = 10\lambda$, $k = 20$, $Z_0 = 0,75H$, $\beta = 0^\circ$, $L = 1\lambda$ (кривая 1) и $L = 5\lambda$ (кривая 2)

Распределение интенсивности звукового поля по вертикальному сечению волновода без учета межмодовой интерфе-

ренции в случае излучающей вертикальной линейной антенны будет определяться выражением

$$I_a(z) = \sum_{l=1}^k D_l(\mathbf{b}) D_l^*(\mathbf{b}) = \sum_{l=1}^k \frac{\cos^2(b_l z)}{z_l} [(S_l^-)^2 + (S_l^+)^2 + 2(S_l^-)(S_l^+) \cos^2(2b_l Z_0)]. \quad (4)$$

где

$$D_l(\mathbf{b}) = \frac{\cos(b_l z)}{z_l^{1/2}} \{ \exp(jb_l Z_0) S_l^- + \exp(-jb_l Z_0) S_l^+ \}, \quad S_l^m = \frac{\sin[\frac{L}{2}(b_l \mathbf{mk} \sin(b))]}{\frac{L}{2}(b_l \mathbf{mk} \sin(b))}.$$

Величина D_l и (β) представляет собой ненормированную диаграмму направленности вертикальной линейной антенны в изоскоростном волноводе при излучении l -й нормальной волны. Очевидно, что при $L=0$ в выражении для $I_a(z)$ (формула (4)) переходит в выражение для $I(z)$ (формула (1)).

Если в случае точечного ненаправленного источника имеет место относительно равномерное возбуждение всех распространяющихся в волноводе нормальных волн, то в случае вертикальной линейной излучающей антенны возбуждается только часть нормальных волн. Чем больше

апертура антенны, тем число возбуждаемых нормальных волн меньше. Номера возбуждаемых вертикальной антенной нормальных волн зависят от угла компенсации антенны β . При нулевом угле компенсации возбуждаются нормальные волны первых номеров, при больших углах компенсации возбуждаются нормальные волны последних номеров. При промежуточных значениях угла компенсации β возбуждаются нормальные волны средних номеров.

Рассмотрим случай нулевого угла компенсации: $\beta = 0^\circ$. Тогда

$$S_l^- = S_l^+ = S_l = \frac{\sin(\frac{L}{2} b_l)}{\frac{L}{2} b_l} \quad (5)$$

и

$$I_a(z) = \frac{1}{4} \int_0^{\infty} \left[\frac{\sin(p \frac{L}{2H} l)}{p \frac{L}{2H} l} \right]^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cos(2p \frac{Z_0 + z}{H} l) + \frac{1}{2} \cos(2p \frac{Z_0 - z}{H} l) + \cos(2p \frac{Z_0}{H} l) + \cos(2p \frac{z}{H} l) \right\} dl. \quad (6)$$

В этом случае величина $I_a(z)$ отличается от величины $I(z)$ (формула (1)) наличием сомножителя S_1^2 . Исключим в по-

на интегрирование. Проведя тригонометрические преобразования, получим

следнем выражении из рассмотрения сомножитель $I/\xi_1^{1/2}$, а суммирование заменим

$$I_a(z) = \sum_{l=1}^k \left[\frac{1}{z_l^{1/2}} \frac{\sin(\frac{L}{2} b_l)}{\frac{L}{2} b_l} \cos(b_l Z_0) \cos(b_l z) \right]^2. \quad (7)$$

В этом выражении первый интеграл табличный, а остальные четыре представляют собой обратное преобразование Фурье от функции $(\text{SIN}^2 X)/X^2$ [7]. Поэтому

$$I_a(z) = \frac{1}{4} \frac{H}{L} [1 + W(z_1/z_u) + W(z_2/z_u) + 2W(z_3/z_u) + 2W(z_4/z_u)], \quad (8)$$

где

$$W(z_i/z_u) = \begin{cases} 1 + z_i/z_u & -z_u \leq z_i \leq 0 \\ 1 - z_i/z_u & 0 \leq z_i \leq z_u \\ 0 & z_i < -z_u, z_i > z_u \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (9)$$

$$z_u = L/2H, z_1 = (Z_0 + z)/H, z_2 = (Z_0 - z)/H, z_3 = Z_0/H, z_4 = z/H.$$

Спектр функции $\text{SIN}^2 X/X^2$ есть треугольник с максимумом $W(X=0) = z_u$ и $W(X=-z_u) = W(X=z_u) = 0$ на его границах. Таким образом, если в случае точечного ненаправленного источника экстремумы на кривой $I(z)$ описываются функциями типа SINC, то в случае - вертикальной линейной излучающей антенны экстремумы на кривой $I_a(z)$ описываются функциями типа равнобедренного треугольника.

Эти результаты иллюстрируются рис.2 и 3. На рис.2 представлены кривые распределения интенсивности звукового поля $I_a(z)$, создаваемого вертикальной антенной апертуры $L = 1\lambda$ (кривая 1) и $L=5\lambda$ (кривая 2) с фазовым центром на горизонте $Z_0=0,75H$ в волноводе толщиной $H=10\lambda$. Расчеты проводились по точной формуле (6) путем суммирования и с учетом сомножителя $I/\xi_1^{1/2}$. На рис. 3 представлены кривые $I_a(z)$ для антенны с

фазовым центром на горизонте $z_0=0,5H$ (в середине слоя) с апертурами $I=2\lambda, 4\lambda, 6\lambda, 8\lambda$ и 10λ в том же волноводе толщины $H=10\lambda$. Из этого рисунка видно, что в случае, когда апертура антенны достигает толщины волновода $L=H$, распределение $I_a(z)$ представляет собой наклонную прямую, т.е. имеет место линейное увеличение интенсивности звука с глубиной от нуля до единицы.

В случае, когда угол компенсации β отличен от нулевого, получить такую же простую физическую интерпретацию, как в случае нулевого угла компенсации, не удастся. На рис.4 представлены кривые зависимости $I_a(z)$ интенсивности звукового поля, создаваемого вертикальной линейной антенной апертуры $L=0,5\lambda$ (кривая 1) и $L = 10\lambda$ (кривая 2) с фазовыми центрами на горизонтах $Z_0= 0,75H$ и $0,5H$ соответственно в волноводе толщиной $H=10\lambda$ при угле компенсации $\beta=30^\circ$.

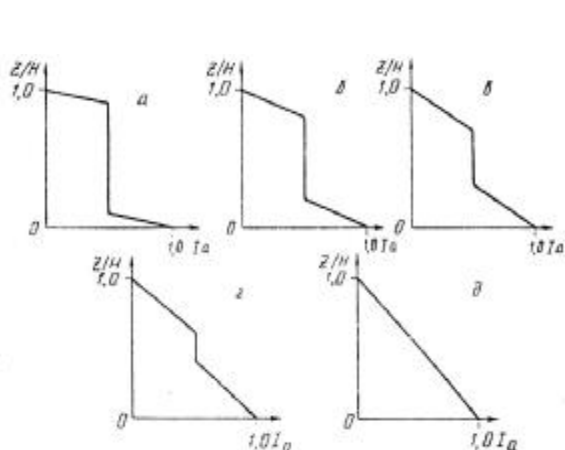


Рис. 3. Распределение $I_a(z)$ для вертикальной линейной антенны в слое: $H = 10\lambda$, $\kappa = 20$, $Z_0 = 0,75H$, $\beta = 0^\circ$, $L = 2\lambda, 4\lambda, 6\lambda, 8\lambda$ и 10λ , (рисунки а-д соответственно)

Таким образом, меняя величину апертуры линейной вертикальной излучающей антенны и положение ее фазового центра, можно подбирать различные наперед заданные распределения интенсивности звукового поля по сечению волновода. Следует отметить также, что распределение $I_a(z)$ зависит от свойств дна и в случае, например, абсолютно мягкого дна, будет иметь совершенно другой вид.

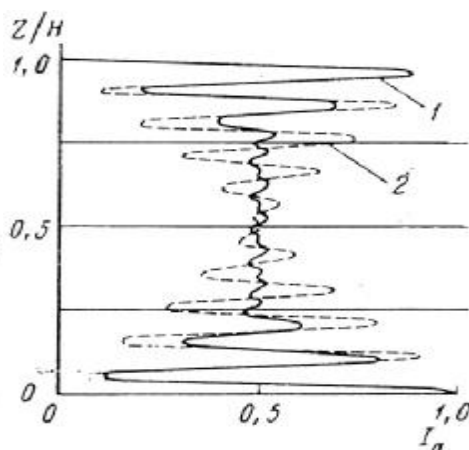


Рис. 4. Распределение $I_a(z)$ для вертикальной линейной антенны в слое: $H = 10\lambda$, $\kappa = 20$, $\beta = 30^\circ$, $L = 5\lambda$ и $Z_0 = 0,75H$ (кривая 1), $L = 10\lambda$ и $Z_0 = 0,5H$ (кривая 2)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Бреховских Л.М. Усредненное поле в подводном звуковом канале // Акуст. журн. 1965. Т. 11. № 2. С. 148-159.
2. Weston D.E. Wave-theory peaks in rengaaveraged channels of uniform sound velocity // J. Acoust. Soc. Amer. 1980. V. 68 № 1. P. 282-314.

MATHEMATICAL MODELING OF A MONOCHROMATIC SIGNAL AT VERTICAL DISTRIBUTION OF INTENSITY OF A SOUND FIELD BY THE VERTICAL RADIATING LINEAR AERIAL

Gil V.V., Zelenkov S.A., Koval M.M., Lipatov L.A., Safronov O.F.
 Moscow, Russia

A sound field in homogeneous water with plane – parallel absolutely reflecting boundaries is generated by vertical linear compensating array. The array radiates a monochromatic signal. The sound field is presented as a sum of normal waves. The interference of various normal waves is ignored. Calculations results of the vertical distribution of sound field intensity in a waveguide are given. A problem of a point no directional source has been considered as an extreme case. One can obtain various distributions of sound field intensity along the vertical coordinate of a waveguide by changing the value of the array aperture and the position of its phase center.