УДК 550.34.013.4

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ АДАПТАЦИИ ГЕОЛОГО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ НЕФТЕГАЗОНОСНЫХ СИСТЕМ

Курганов Д.В.

ООО “ЭРА-1”, Самара

Подробная информация об авторах размещена на сайте
«Учёные России» - http://www.famous-scientists.ru

В работе исследована зависимость дисперсии параметров пластовой модели от погрешности замеров, традиционно осуществляемых на нефтяных месторождениях. Посредством коэффициентов чувствительности двумерной двухфазной пластовой системы определяется разрешающая способность замеров. Предложен эффективный метод расчета коэффициентов чувствительности.

Построение адекватной модели нефтегазоводоносной пластовой системы – важная и трудная задача. Применение любых самых современных технологий в моделировании требует детального понимания влияния степени погрешности тех или иных наблюдаемых параметров на степень определенности неизвестных параметров модели. Многочисленные примеры использования геолого-гидродинамических моделей и степень их достоверности обсуждаются в литературе (например, [1]). Процесс определения параметров пласта с помощью непрямых замеров и реакции месторождения на то или иное воздействие носит название адаптации математической модели пласта по истории разработки.

Процесс “подгонки” параметров (или задача параметрической идентификации пластовой системы) осложняется тем, что система – пласт – недоступна для прямых замеров, а косвенные замеры осуществляются лишь в некоторых точках пласта – скважинах. К косвенным замерам традиционно относят обводненность продукции, статические и динамические уровни. К определяемым параметрам – пористость, проницаемость, некоторые свойства пластовых жидкостей. Все косвенные замеры имеют существенную степень погрешности [2]. Анализ чувствительности моделей к таким погрешностям осуществляется редко в силу значительного объема вычислений даже для решения обычной задачи имитации пластовой системы. Однако следует помнить о том, что задача идентификации – некорректная задача и дополнительное исследование необходимо в любом случае. Здесь мы постараемся дать некоторые методы анализа пластовых моделей к погрешностям в исходных данных, требующие ограниченного объема вычислений.

Рассмотрим двумерную двухфазную пластовую систему при отсутствии капиллярных сил:

$$\begin{cases} div\left(h\cdot\lambda_o\cdot\nabla P_o\right)=h\cdot\dfrac{\partial}{\partial t}\left[\dfrac{\phi S_o}{B_o}\right]+\sum\limits_{j=1}^{Nw}\delta\left(\bar{x}-\bar{x}_j\right)q_{oj} \\ div\left(h\cdot\lambda_w\cdot\nabla P_o\right)=h\cdot\dfrac{\partial}{\partial t}\left[\dfrac{\phi S_w}{B_w}\right]+\sum\limits_{j=1}^{Nw}\delta\left(\bar{x}-\bar{x}_j\right)q_{wj} \\ S_o+S_w=1 \end{cases}$$

$\bar{x}\in\Omega\subset R^2, 0\le t\le T.$

Здесь: $P_{ph}=P_{ph}\left(\bar{x},t\right)$-давление в фазе ph; $S_{ph}=S_{ph}\left(\bar{x},t\right)$ - насыщенность фазой ph; $\phi=\phi(p_o)$-пористость, в общем случае зависящая от давления; $q_{phj}=q_{phj}(t)$ - дебит фазы, зависящий от времени; $B_{ph}=B_{ph}(p_{ph})$ - объемный коэффициент фазы

ph; $\lambda_{ph} = \dfrac{kr_{ph}}{\mu_{ph} B_{ph}} k$ - подвижность фазы ph; $kr_{ph}=kr_{ph}(S_w)$ - относительная фазовая проницаемость; $\mu_{ph}=\mu_{ph}(p_{ph})$ – вязкость фазы; $k = k(\bar{x})$ - проницаемость, $h = h(\bar{x})$ - мощность пласта.

Отметим здесь, что задача имитации состоит в нахождении функций $P_o = P_o(\bar{x}, t)$ и $S_w = S_w(\bar{x}, t)$ по остальным известным функциям. Инверсная задача параметрической идентификации состоит в нахождении каких-либо функций из множества $\Lambda = \{P, B_i, \mu_i, k, kr_{ph}, \phi\}$ по некоторым функционалам от решений $V = \{S_w, P_o\}$.

В рассматриваемой ситуации в качестве уточняемых (идентифицируемых) параметров модели выступают пористость и проницаемость каждой ячейки пластовой системы, функциями, исследуемыми на чувствительность, являются давление и насыщенность. Обычно на месторождении замеряются дебиты жидкости, обводненность продукции и забойные (устьевые) давления. Поэтому представляется целесообразным оценивать чувствительность именно этих замеряемых величин. связь соответствующих величин устанавливается посредством следующих соотношений – для чувствительности забойного давления:

$$\frac{\partial p_w}{\partial k_j} = \frac{\partial p_{block}}{\partial k_j} - q_0 \frac{\partial W_f}{\partial p_{block}} \cdot \frac{\partial p_{block}}{\partial k_j} - q_0 \frac{\partial W_f}{\partial s_{w_{block}}} \cdot \frac{\partial s_{w_{block}}}{\partial k_j} - q_0 \frac{\partial W_f}{\partial k_j}$$

$$\frac{\partial W_f}{\partial k_j} = \begin{cases} -\dfrac{W_f}{k} & \text{в случае, если } j \text{ – ячейка,} \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$\frac{\partial p_w}{\partial \phi_j^0} = \frac{\partial p_{block}}{\partial \phi_j^0} - q_0 \frac{\partial W_f}{\partial p_{block}} \cdot \frac{\partial p_{block}}{\partial \phi_j^0} - q_0 \frac{\partial W_f}{\partial s_{w_{block}}} \cdot \frac{\partial s_{w_{block}}}{\partial \phi_j^0},$$

Чувствительность обводненности:

$$\frac{\partial WC}{\partial k_j} = \frac{\partial WC}{\partial p_{block}} \cdot \frac{\partial p_{block}}{\partial k_j} + \frac{\partial WC}{\partial s_{w_{block}}} \cdot \frac{\partial s_{w_{block}}}{\partial k_j},$$

$$\frac{\partial WC}{\partial \phi_j^0} = \frac{\partial WC}{\partial p_{block}} \cdot \frac{\partial p_{block}}{\partial \phi_j^0} + \frac{\partial WC}{\partial s_{w_{block}}} \cdot \frac{\partial s_{w_{block}}}{\partial \phi_j^0},$$

при этом: p_w – забойное давление, WCT – обводненность, p_{block} – давление в ячейке, проперфорированной скважиной, W_f – приведенный радиус, нижний индекс j указывает на соответствующую ячейку. Важно подчеркнуть, что указанные формулы позволяют рассчитывать чувствительность не только к параметру в одной ячейке j, но и к параметру в произвольной области залежи при соответствующем уровне параметризации.

Для применения указанных формул необходимо рассчитать величины $\dfrac{\partial p_{block}}{\partial k_j}$, $\dfrac{\partial p_{block}}{\partial \phi_j^0}, \dfrac{\partial s_{w_{block}}}{\partial k_j}, \dfrac{\partial s_{w_{block}}}{\partial \phi_j^0}$.

Одним из возможных вариантов может служить их замена конечной разностью, например:

$$\left.\frac{\partial p}{\partial k}\right|_{\substack{k=k^0, \\ t=t_1}} \approx \frac{p(k, t_1) - p(k^0, t_1)}{k - k^0}.$$

В этом случае для нахождения производной требуется решить две задачи имитации и определить $p(k)$ и $p(k^0)$. При большом числе параметров это может стать весьма трудоемким вычислительным процессом. Поэтому вызывает интерес нахождение альтернативных способов вычисления коэффициентов чувствительности.

В качестве одного из них предлагается следующий. Строится итерационный процесс с использованием соотношения:

$$J\overline{S}_{\alpha_i}^{k+1} = D\overline{S}_{\alpha_i}^{k} + \overline{V}_{\alpha_i},$$

где

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_{o_1}}{\partial p_1} & \frac{\partial f_{o_1}}{\partial s_{w_1}} & \frac{\partial f_{o_1}}{\partial p_2} & \frac{\partial f_{o_1}}{\partial s_{w_2}} & \cdots & \frac{\partial f_{o_1}}{\partial s_{w_{nblocks}}} \\ \frac{\partial f_{w_1}}{\partial p_1} & \frac{\partial f_{w_1}}{\partial s_{w_1}} & \frac{\partial f_{w_1}}{\partial p_2} & \frac{\partial f_{w_1}}{\partial s_{w_2}} & \cdots & \frac{\partial f_{w_1}}{\partial s_{w_{nblocks}}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_{o_{nblocks}}}{\partial p_1} & \frac{\partial f_{o_{nblocks}}}{\partial s_{w_1}} & \frac{\partial f_{o_{nblocks}}}{\partial p_2} & \cdots & \cdots & \frac{\partial f_{o_{nblocks}}}{\partial s_{w_{nblocks}}} \\ \frac{\partial f_{w_{nblocks}}}{\partial p_1} & \frac{\partial f_{w_{nblocks}}}{\partial s_{w_1}} & \frac{\partial f_{w_{nblocks}}}{\partial p_2} & \frac{\partial f_{w_{nblocks}}}{\partial s_{w_2}} & \cdots & \frac{\partial f_{w_{nblocks}}}{\partial s_{w_{nblocks}}} \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} -c_1 D_{1,1} & -c_2 D_{1,2} & & & & & & \\ -c_3 D_{2,1} & -c_4 D_{2,2} & & & & & & \\ & & \times & \times & & & & \\ & & \times & \times & & & & \\ & & & & \ddots & \ddots & & \\ & & & & \ddots & \ddots & & \\ & & & & & & \times & \times \\ & & & & & & \times & \times \end{pmatrix}$$

$$\overline{S}_{\phi_i}^{k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial p_1}{\partial \phi_i^0} \\ \frac{\partial S_{w_1}}{\partial \phi_i^0} \\ \vdots \\ \frac{\partial p_{nblocks}}{\partial \phi_i^0} \\ \frac{\partial S_{w_{nblocks}}}{\partial \phi_i^0} \end{bmatrix} \qquad \overline{V}_{k_i} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \frac{\partial f_{o_{i-1}}}{\partial k_i} \\ \frac{\partial f_{o_i}}{\partial k_i} \\ \frac{\partial f_{o_{i+1}}}{\partial k_i} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}; \qquad \overline{V}_{\phi_i^0} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \frac{\partial f_{o_i}}{\partial \phi_i^0} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \overline{S}_{k_i}^{k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial p_1}{\partial k_i} \\ \frac{\partial S_{w_1}}{\partial k_i} \\ \vdots \\ \frac{\partial p_{nblocks}}{\partial k_i} \\ \frac{\partial S_{w_{nblocks}}}{\partial k_i} \end{bmatrix}$$

При этом $\alpha = \{\phi, k\}$, J является матрицей Ньютона, рассчитываемой при решении обычной задачи имитации (методом FIM или IMPES) [3], f – уравнение материального баланса для соответствующей ячейки.

Для случая FIM функции f_{o_i} и f_{w_i} в ячейке i имеют вид:

$$f_{0_i} = (T_{0_{i-\frac{1}{2}}})^{k+1}(p_{i-1} - p_i)^{k+1} - (T_{0_{i+\frac{1}{2}}})^{k+1}(p_i - p_{i+1})^{k+1} - q_0 - \frac{(DXDYDZ)_i}{\Delta t}\left(\left(\frac{\phi s_o}{B_0}\right)_i^{k+1} - \left(\frac{\phi s_o}{B_0}\right)_i^{k}\right);$$

$$f_{w_i} = (T_{w_{i-\frac{1}{2}}})^{k+1}(p_{i-1} - p_i)^{k+1} - (T_{w_{i+\frac{1}{2}}})^{k+1}(p_i - p_{i+1})^{k+1} - q_w - \frac{(DXDYDZ)_i}{\Delta t}\left(\left(\frac{\phi s_w}{B_w}\right)_i^{k+1} - \left(\frac{\phi s_w}{B_w}\right)_i^{k}\right),$$

где $T_{0_{i\pm\frac{1}{2}}} = \left(\frac{\bar{k} kr_0 DZ \cdot DY}{B_0 \mu_0 DX}\right)_{i\pm\frac{1}{2}}$; $\quad T_{w_{i\pm\frac{1}{2}}} = \left(\frac{\bar{k} kr_w DZ \cdot DY}{B_w \mu_w DX}\right)_{i\pm\frac{1}{2}}$;

$$\bar{k}_{i\pm\frac{1}{2}} = \frac{k_i k_{i\pm1}(DX_i + DX_{i\pm1})}{k_{i\pm1} DX_i + k_i DX_{i\pm1}}; \; kr_{0_{i\pm\frac{1}{2}}} = kr_0\left(S_w^{ups\pm\frac{1}{2}}\right); \; kr_{w_{i\pm\frac{1}{2}}} = kr_w\left(S_w^{ups\pm\frac{1}{2}}\right);$$

S_w^{ups} - водонасыщенность в ячейке с большим давлением;

$q_{0(w)}$ – сток или источник (если он есть в ячейке i).

Для случая IMPES функции f_{0_i} и f_{w_i} имеют вид:

$$f_{0_i} = (T_{0_{i-\frac{1}{2}}})^k (p_{i-1} - p_i)^k - (T_{0_{i+\frac{1}{2}}})^k (p_i - p_{i+1})^k - q_0 - \frac{(DXDYDZ)_i}{\Delta t}\left(\left(\frac{\phi s_o}{B_0}\right)_i^{k+1} - \left(\frac{\phi s_o}{B_0}\right)_i^k\right)$$

$$f_{w_i} = (T_{w_{i-\frac{1}{2}}})^k (p_{i-1} - p_i)^k - (T_{w_{i+\frac{1}{2}}})^k (p_i - p_{i+1})^k - q_w - \frac{(DXDYDZ)_i}{\Delta t}\left(\left(\frac{\phi s_w}{B_w}\right)_i^{k+1} - \left(\frac{\phi S_w}{B_w}\right)_i^k\right).$$

матрица D трехдиагональна, в частности, для случая FIM:

$$D_{1,1} = \frac{\partial\left(\frac{\phi s_0}{B_0}\right)^k}{\partial p_1^k}; D_{1,2} = -\left(\frac{\phi}{B_0}\right)_1^k; D_{2,1} = \frac{\partial\left(\frac{\phi s_w}{B_w}\right)^k}{\partial p_1^k}; D_{2,2} = \left(\frac{\phi}{B_w}\right)_1^k.$$

Для IMPES:

$$D_{1,1} = \frac{\partial\left(\frac{\phi s_0}{B_0}\right)^k}{\partial p_1^k}; D_{1,2} = \left(\frac{\partial f_0}{\partial s_w}\right)_1^k; D_{2,1} = \frac{\partial\left(\frac{\phi s_w}{B_w}\right)^k}{\partial p_1^k}; D_{2,2} = \left(\frac{\partial f_w}{\partial s_w}\right)_1^k,$$

c_i – некоторые константы; верхний индекс k – индекс итерации.

Предлагаемый способ имеет следующие особенности:

- Для нахождения КЧ требуется решение лишь одной задачи имитации;
- матрицы J и D остаются постоянными на каждый временной шаг (k) и рассчитываются во время решения задачи имитации;
- кроме $\overline{V}_{\alpha_i}$, все остальные члены итерационного соотношения считаются во время решения задачи имитации.

Таким образом, на основе специального анализа матрицы G предложен способ расчета коэффициентов чувствительности, не требующий значительных вычислительных затрат (как в случае конечных разностей). При наличии численной модели предложенный алгоритм достаточно просто реализуется. Полученные таким образом коэффицинты чувствительности могут использоваться (с привлечением дополнительных программных процедур) для автоматической адаптации, либо для подходящей (с точки зрения адаптации) параметризации модели и выявления наиболее чувствительных параметров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Мангазеев В.П., Кошовкин И.Н. Внедрение компьютерных технологий для решения задач геологии и разработки месторождений // Нефтяное хозяйство. - 1996, № 11. - С.64-66.
2. Aziz K., Settari A. Petroleum Reservoir Simulation. - New York: Elsevier Applied Science Publishers, 1979. - 362p.
3. ECLIPSE 100 Technical Description. - London: Schlumberger GeoQuest, 2002. - 978p.

ON A METHOD OF OIL-AND-GAS BEARING GEOLOGICAL MATHEMATICAL MODELS' ADAPTATION

Kurganov D.V.
Limited Company "Era-1", Samara

The paper is devoted to special variance analysis was performed to study the influence of field measurement errors on uncertainties of reservoir model parameters. Resolution power of measurements is discovered by means of two-phase 2-D model sensitivity coefficients. Fast method for sensitivity coefficient calculations is presented.