ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ВРАЩЕНИЯ ПЛАНЕТ НА ДВИЖЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ ВБЛИЗИ ИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Байрашев К.А.
Сургутский институт нефти и газа (филиал) ГОУ ВПО ТюмГНГУ

Дано решение задачи о влиянии вращения планеты на движение материальной точки вблизи ее поверхности при ненулевых начальных условиях. Показана зависимость решения от угловой скорости вращения планеты и начальной скорости точки. Результаты численных расчетов приведены в таблицах и графиках

1. Введение. В Солнечную систему входят девять планет[1]. Их принято разделять на внутренние – Меркурий, Венера, Земля, Марс (рис. 1) и внешние – Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун, Плутон (рис. 2) $\left[1 \right]$.

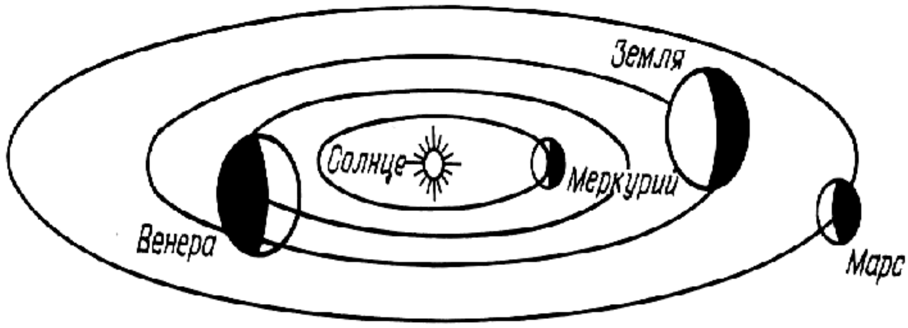

Рис. 1. Проекции орбит внутренних планет. Относительные размеры планет сохранены, диаметр Солнца уменьшен.

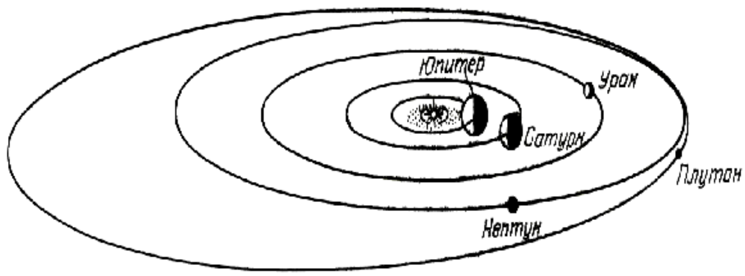

Рис. 2 Проекции орбит внешних планет.

Все планеты движутся в одном направлении вокруг Солнца в его гравитационном поле под действием ньютоновских сил тяготения. Вокруг своей оси они вращаются, за исключением Венеры и Урана, в одну и ту же сторону. Орбиты большинства планет являются эллипсами с малыми эксцентриситетами, следовательно, близкими к окружностям. Орбиты Меркурия и Плутона - вытянутые эллипсы. Плоскости орбит всех планет мало наклонены друг к другу и к экваториальной плоскости Солнца.

В настоящее время идет активное изучение планет. В связи с этим представляет определенный интерес задача о влиянии вращения планеты на движение материального тела вблизи её поверхности.

2. Постановка задачи и вывод уравнений движения. Примем тело за материальную точку. Местоположения запада (W), востока (E), севера (N) и юга (S) сохраним такими же, как на Земле. Применительно к Венере и Урану это будет означать, что Солнце восходит на «западе», а заходит на «востоке». Движение материальной точки, находящейся в Северном полушарии, рассматривается относительно неинерци-альной системы отсчета $Oxyz$, жестко скрепленной с вращающейся планетой. Начало координат в общем случае располагается на некоторой высоте над сферической поверхностью планеты. Ось Ox направляется по касательной к меридиану на север, ось Oy – по параллели к востоку, ось Oz – по отвесу вниз (рис. 3 и 4).

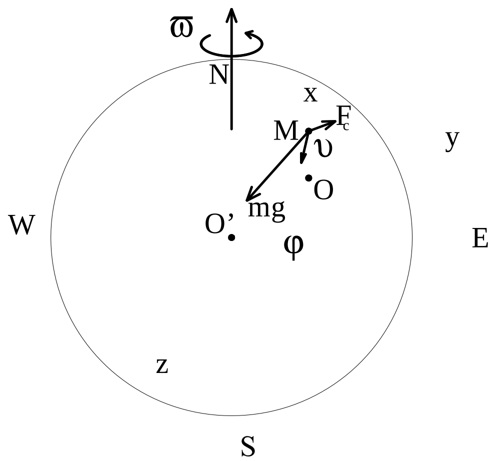

Рис. 3

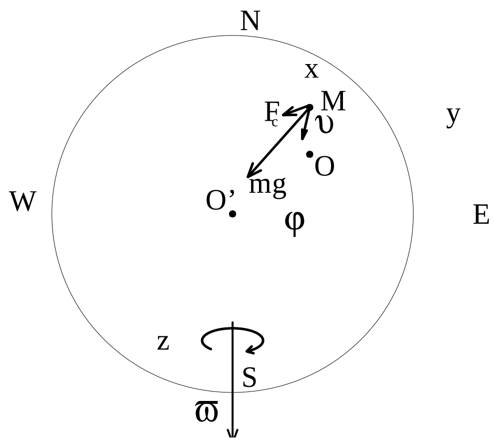

Рис. 4

При движении материальной точки вблизи поверхности планеты на нее действуют сила тяготения, переносная и кориолисова силы инерции. Сопротивление атмосферы, если она присутствует, не учитывается. Считая известными в начальный момент времени положение $M_0(x_0, y_0, z_0)$ и относитель-ную скорость $\overline{\upsilon}_0$ точки, требуется определить ее движение.

Заменяя сумму силы тяготения и переносной силы инерции силой тяжести $m\overline{g}$, а кориолисову силу инерции $\overline{F_c}$ формулой

$$\overline{F_c} = -m \cdot 2(\overline{\omega} \times \overline{\upsilon}) = -2m\overline{\omega} \times \overline{\upsilon},$$

имеем следующее уравнение относительного движения материальной точки в векторной форме $[\,2-4\,]$:

$$m\overline{a} = m\overline{g} - 2m\overline{\omega} \times \overline{\upsilon} \quad (1)$$

Здесь m, $\overline{\upsilon}$ и $\overline{a}$ - соответственно масса, скорость и ускорение точки M, $\overline{\omega}$ - вектор угловой скорости планеты, $\overline{g}$ - ускорение силы тяжести планеты.

Проецируя векторное равенство (1) на координатные оси, получим две системы трех обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка в соответствии с направлением вектора $\overline{\omega}$ на рисунках 3 и 4:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -2\omega \dot{y} \sin\varphi, \\ \ddot{y} = 2\omega(\dot{x}\sin\varphi + \dot{z}\cos\varphi), \\ \ddot{z} = g - 2\omega \dot{y}\cos\varphi, \end{cases} \qquad (2)$$

$$\begin{cases} \ddot{x} = 2\omega \dot{y} \sin\varphi, \\ \ddot{y} = -2\omega(\dot{x}\sin\varphi + \dot{z}\cos\varphi), \\ \ddot{z} = g + 2\omega \dot{y}\cos\varphi, \end{cases} \qquad (2')$$

где точки над x, y, z означают их производные по времени t, φ – географическая широта места, т.е. угол отвесной линии с плоскостью экватора.

Начальные условия для (2) и (2´) следующие:

$$t = 0, \quad x = x_0, \quad y = y_0, \quad z = z_0; \quad \dot{x} = \dot{x}_0 = \upsilon_{0x}, \quad \dot{y} = \dot{y}_0 = \upsilon_{0y}, \quad \dot{z} = \dot{z}_0 = \upsilon_{0z}. \qquad (3)$$

Здесь υ_{0x}, υ_{0y}, υ_{0z} - проекции начальной скорости на подвижные оси координат.

Напомним, что система (2) (система (2´)) описывает движение материальной точки вблизи поверхности планеты, направление вращения которой вокруг своей оси такое же, как у Земли (у Урана). При выводе (2) и (2´) принято, что угловая скорость планеты ω – величина положительная, т.е. $\omega = |\overline{\omega}|$. Легко заметить, однако, что система (2´) может быть получена из системы (2), если в последней полагать $\omega<0$ (для Венеры и Урана). С учетом этого замечания, в дальнейшем систему (2´) не будем рассматривать.

3. Решение задачи (2) – (3) в конечной форме. Интегрируя каждое из уравнений системы (2) один раз по времени, находим

$$\begin{cases} \dot{x} = -2\omega y \sin\varphi + C_1, \\ \dot{y} = 2\omega\left(x\sin\varphi + z\cdot\cos\varphi\right) + C_2, \\ \dot{z} = gt - 2\omega y\cos\varphi + C_3. \end{cases} \qquad (4)$$

где C_1, C_2, C_3 - произвольные постоянные. Пользуясь начальными условиями (3) будем иметь

$$C_1 = \upsilon_{0x} + 2\omega y_0 \cdot \sin\varphi,$$
$$C_2 = \upsilon_{0y} - 2\omega\left(x_0\sin\varphi + z_0\cdot\cos\varphi\right), 11$$
$$C_3 = \upsilon_{0z} + 2\omega y_0 \cos\varphi.$$

$$\begin{cases} \dot{x} = \upsilon_{0x} - 2\omega(y - y_0)\sin\varphi, \\ \dot{y} = \upsilon_{0y} + 2\omega[(x - x_0)\sin\varphi + (z - z_0)\cos\varphi], \\ \dot{z} = \upsilon_{0z} + gt - 2\omega(y - y_0)\cos\varphi. \end{cases} \quad (5)$$

Выражая из (5) $\dot{x}$ и $\dot{z}$ через y и подставляя во второе уравнение системы (2), после упрощений получаем

$$\ddot{y} + 4\omega^2 y = 2\omega gt\cos\varphi + 2\omega[2\omega y_0 + (\upsilon_{0x}\sin\varphi + \upsilon_{0z}\cdot\cos\varphi)]. \quad (6)$$

Дифференциальное уравнение (6) является линейным неоднородным. Интегрируем его, принимая во внимание (3). Получим

$$y = y_0 + \frac{1}{2\omega}\left[gt\cos\varphi + \left(\upsilon_{0y} - \frac{g\cos\varphi}{2\omega}\right)\cdot\sin 2\omega t + (\upsilon_{0x}\cdot\sin\varphi + \upsilon_{0z}\cdot\cos\varphi)\cdot(1 - \cos 2\omega t)\right]. \quad (7)$$

Подставляя правую часть (7) вместо y в первое и третье уравнения системы (5), интегрируя их и пользуясь начальными условиями (3), будем иметь

$$x = x_0 + \upsilon_{0x}\cdot t - \frac{gt^2}{4}\cdot\sin 2\varphi - \frac{\sin\varphi}{2\omega}\left[\left(\upsilon_{0y} - \frac{g\cos\varphi}{2\omega}\right)\cdot(1 - \cos 2\omega t) + (\upsilon_{0x}\cdot\sin\varphi + \upsilon_{0z}\cdot\cos\varphi)\cdot(2\omega t - \sin 2\omega t)\right], \quad (8)$$

$$z = z_0 + \upsilon_{0z}\cdot t + \frac{gt^2}{2}\sin^2\varphi - \frac{\cos\varphi}{2\omega}\left[\left(\upsilon_{0y} - \frac{g\cos\varphi}{2\omega}\right)\cdot(1 - \cos 2\omega t) + (\upsilon_{0x}\cdot\sin\varphi + \upsilon_{0z}\cdot\cos\varphi)\cdot(2\omega t - \sin 2\omega t)\right]. \quad (9)$$

Формулы (7) – (9) были уже приведены в работе [5] без вывода. Там же была отмечена принципиальная возможность применения этих формул в достаточно большой окрестности начальной точки $M_0(x_0, y_0, z_0)$. Рассмотрим два частных случая.

а) Из (7) – (9) при нулевых начальных условиях получим

$$\begin{cases} x = -\frac{gt^2}{4}\cdot\sin 2\varphi + \frac{g\sin\varphi\cdot\cos\varphi}{4\omega^2}\cdot(1 - \cos 2\omega t) = -\frac{gt^2}{4}\left(1 - \frac{\sin^2\omega t}{(\omega t)^2}\right)\cdot\sin 2\varphi, & (10) \\ y = \frac{gt\cos\varphi}{2\omega} - \frac{g\cos\varphi\cdot\sin 2\omega t}{4\omega^2} = \frac{gt\cos\varphi}{2\omega}\left(1 - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega t}\right), & (11) \\ z = \frac{gt^2}{2}\sin^2\varphi + \frac{g\cos^2\varphi}{4\omega^2}\cdot(1 - \cos 2\omega t) = \frac{gt^2}{2} - \frac{gt^2\cdot\cos^2\varphi}{2}\left(1 - \frac{\sin^2\omega t}{(\omega t)^2}\right). & (12) \end{cases}$$

Формулы (10), (11) показывают, что функции x, y знакопостоянны при $t > 0$. В частности, y – возрастающая знакоположительная функция при $\omega > 0$.

b) Устремим в (7) – (9) ω к нулю, т.е. не будем учитывать влияния вращения планеты на движение материальной точки. При этом необходимо найти следующие пределы:

1) $\lim\limits_{\omega\to 0}\dfrac{1-\cos 2\omega t}{2\omega} = \lim\limits_{\omega\to 0}\dfrac{\sin^2 \omega t}{(\omega t)^2}\cdot \omega\cdot t^2 = 0,$

2) $\lim\limits_{\omega\to 0}\dfrac{1-\cos 2\omega t}{4\omega^2} = \dfrac{1}{2}\cdot\lim\limits_{\omega\to 0}\dfrac{\sin^2 \omega t}{(\omega t)^2}\cdot t^2 = \dfrac{t^2}{2},$

3) $\lim\limits_{\omega\to 0}\dfrac{2\omega t-\sin 2\omega t}{2\omega} = t-\lim\limits_{\omega\to 0}\dfrac{\sin 2\omega t}{2\omega t}\cdot t = 0,$

4) $\lim\limits_{\omega\to 0}\left(\dfrac{g\cdot t\cdot\cos\varphi}{2\omega}-\dfrac{g\cdot\cos\varphi}{4\omega^2}\cdot\sin 2\omega t\right) = \dfrac{g\cdot\cos\varphi}{2}\lim\limits_{\omega\to 0}\left(\dfrac{t}{\omega}-\dfrac{\sin 2\omega t}{2\omega t}\cdot\dfrac{t}{\omega}\right) = 0.$

В результате из (7) – (9) находим

$$\begin{cases} x = x_0 + \upsilon_{0x}\cdot t, \\ y = y_0 + \upsilon_{0y}\cdot t, \\ z = z_0 + \upsilon_{0z}\cdot t + \dfrac{gt^2}{2}. \end{cases}$$

Из (5) видно, что скорость $\bar{\upsilon}$ можно рассматривать как векторную сумму трех величин: $\bar{\upsilon}_0$, $\bar{g}t$ и скорости, вызванной вращением планеты. Аналогично, и кориолисову силу инерции можно формально разложить на составляющие. Обозначая правые части (10) - (12) соответственно $\breve{x}, \breve{y}, \breve{z}$, формулы (7) – (9) представим в виде:

$$x = \breve{x} + x_0 + \upsilon_{0x}t - \frac{\sin\varphi}{2\omega}\left[\upsilon_{0y}\cdot(1-\cos 2\omega t) + U\cdot(2\omega t-\sin 2\omega t)\right], \tag{13}$$

$$y = \breve{y} + y_0 + \frac{1}{2\omega}\left[\upsilon_{0y}\cdot\sin 2\omega t + U\cdot(1-\cos 2\omega t)\right], \tag{14}$$

$$z = \breve{z} + z_0 + \upsilon_{0z}\cdot t - \frac{\cos\varphi}{2\omega}\left[\upsilon_{0y}\cdot(1-\cos 2\omega t) + U\cdot(2\omega t-\sin 2\omega t)\right], \tag{15}$$

где $U = \upsilon_{0x}\sin\varphi + \upsilon_{oz}\cos\varphi.$ (16)

Первое слагаемое в правых частях (13) – (15) соответствует решению при нулевых начальных условиях, последнее – результат действия составляющей кориолисовой силы инерции, возникающей благодаря начальной скорости точки, остальные слагаемые – вклад, обусловленный ненулевыми начальными условиями без учета вращения планеты.

4. Решение задачи в форме разложения в ряды. При оценке влияния вращения Земли на движение материальной точки обычно используют приближенное решение $[2-4]$. Ниже дается приближенное решение задачи (2) – (3). Запишем разложения синуса и косинуса в ряд:

$$\begin{cases} \sin 2\omega t = \dfrac{(2\omega t)}{1!} - \dfrac{(2\omega t)^3}{3!} + \dfrac{(2\omega t)^5}{5!} - \dfrac{(2\omega t)^7}{7!} + \ldots \\ \cos 2\omega t = 1 - \dfrac{(2\omega t)^2}{2!} + \dfrac{(2\omega t)^4}{4!} - \dfrac{(2\omega t)^6}{6!} + \ldots \end{cases} \tag{17}$$

Подставляя правые части (17) в (7)-(9), оставляя явно только несколько первых членов рядов, получим:

$$\begin{cases} x = x_0 + \upsilon_{0x} \cdot t - \omega \cdot \upsilon_{0y} \cdot t^2 \cdot \sin\varphi - \dfrac{\omega^2 t^3}{3} \cdot \sin\varphi \cdot \left[\dfrac{gt\cos\varphi}{2} + 2(\upsilon_{0x} \cdot \sin\varphi + \upsilon_{0z} \cdot \cos\varphi)\right] + \ldots, & (18) \\ y = y_0 + \upsilon_{0y} \cdot t + \dfrac{\omega g t^3}{3}\cos\varphi + \omega(\upsilon_{0x} \cdot \sin\varphi + \upsilon_{0z} \cdot \cos\varphi) \cdot t^2 - \dfrac{2}{3}\omega^2 \cdot \upsilon_{0y} \cdot t^3 + \ldots, & (19) \\ z = z_0 + \upsilon_{0z} t + \dfrac{gt^2}{2} - \omega \cdot \upsilon_{0y} \cdot t^2 \cdot \cos\varphi - \dfrac{\omega^2 \cdot t^3 \cos\varphi}{3}\left[\dfrac{gt\cos\varphi}{2} + 2(\upsilon_{0x} \cdot \sin\varphi + \upsilon_{0z} \cdot \cos\varphi)\right] + \ldots & (20) \end{cases}$$

5. Анализ полученных формул и результаты численных расчетов.

Известно [2-4], что в Северном полушарии материальная точка, падающая без начальной скорости под действием силы тяжести Земли и кориолисовой силы инерции, отклоняется на восток. То же самое теоретически должно иметь место и на других планетах, кроме Венеры и Урана.

Пусть начальная скорость $\overline{\upsilon_0}$ точки расположена в плоскости меридиана планеты, т.е. $\upsilon_{0y}=0$. Считаем $\omega>0$. Тогда из формулы (7) (или (19)) для y видно, что при $U = 0$, т.е. когда начальная скорость параллельна оси вращения планеты, величина отклонения точки на восток такая же, как и при нулевой начальной скорости. Это объясняется совпадением значений кориолисовой силы инерции в каждый момент времени в силу параллельности $\overline{\upsilon_0}$ и $\overline{\omega}$. Если $U>0$, то отклонение на восток больше, чем при $\upsilon_{0x}=\upsilon_{0y}=\upsilon_{0z}=0$. Для анализа случая $U<0$ обратимся к формуле (19). Считая $y_0 = 0$, находим, что значения y при $0<t<-\dfrac{3U}{g\cos\varphi}$ ($\varphi \neq 90^0$) отрицательны, при $t>-\dfrac{3U}{g\cos\varphi}$ - положительны.

Интересен вариант: $\upsilon_{0y}<0$, $\upsilon_{0x}=\upsilon_{0z}=0$, т.е. когда начальная скорость направлена на запад. Входящие в (7), (8) выражения

$$gt\cos\varphi + \left(\upsilon_{oy} - \frac{g\cos\varphi}{2\omega}\right)\sin 2\omega t,$$

$$-\frac{gt^2}{4} \cdot \sin 2\varphi - \frac{\sin\varphi}{2\omega}\left(\upsilon_{0y} - \frac{g\cos\varphi}{2\omega}\right) \cdot (1-\cos 2\omega t)$$

могут принимать как отрицательные, так и положительные значения. Это значит, что при $x_0 = y_0 = 0$ функции x и y знакопеременны. Поэтому форма траектории точки при ненулевой начальной скорости должна существенно отличаться от таковой при отсутствии начальной скорости.

Из (20) видно, что при одинаковых по модулю значениях υ_{0y}, точка падает несколько быстрее, когда начальная скорость направлена на запад, по сравнению с начальной скоростью, направленной на восток. Объяснение этому дано в [5].

Случай $\omega<0$ можно рассмотреть аналогично.

Заметим еще, что выражение $2m\omega \cdot U$ равно проекции кориолисовой силы инерции на ось y в начальный момент времени. Поэтому, основываясь на (7) можно утверждать, что для всех начальных скоростей $\overline{\upsilon_0}$, лежащих в плоскости меридиана, для которых проекции кориолисовой силы инерции на ось ординат равны, значения y в каждый момент времени совпадают.

С использованием выражений (7) – (12), (18) – (20) были проведены многовариантные расчеты. Сравнение при этом соответствующих величин, вычисленных по точным и приближенным формулам, показало их совпадение с высокой точностью. Значения g вычислялись по следующей формуле:

$$g = \frac{\gamma \cdot m_{пл}}{R_{пл}^2} - \omega^2 \cdot R_{пл} \cdot \cos^2\varphi,$$

где γ – гравитационная постоянная, $m_{пл}$ – масса планеты, $R_{пл}$ – экваториальный радиус планеты [1].

Некоторые результаты расчетов для иллюстрации изложенного в этом пункте, приведены ниже, в них принято $\varphi=45^0$, $x_0=y_0=z_0=0$.

Таблица 1

Планета	*ω, рад/с*	*g, м/с²*	*x ,м*	*y , м*	*z , м*
Меркурий	$1{,}24339\cdot10^{-6}$	3,6864	$-4{,}7494\cdot10^{-9}$	0,0011	184,32
Венера	$-3{,}00101\cdot10^{-7}$	8,8780	$-6{,}663\cdot10^{-10}$	-0,0006	443,90
Земля	$7{,}29246\cdot10^{-5}$	9,7847	$-4{,}3362\cdot10^{-5}$	0,1682	489,23
Марс	$7{,}09483\cdot10^{-5}$	3,7102	$-1{,}5563\cdot10^{-5}$	0,0620	185,51
Юпитер	$1{,}78095\cdot10^{-4}$	23,7667	$-6{,}2819\cdot10^{-4}$	0,9977	1188,34
Сатурн	$1{,}71111\cdot10^{-4}$	9,6545	$-2{,}3556\cdot10^{-4}$	0,3894	482,72
Уран	$-1{,}61605\cdot10^{-4}$	8,3398	$-1{,}815\cdot10^{-4}$	-0,3177	416,99
Нептун	$1{,}10464\cdot10^{-4}$	11,2757	$-1{,}1466\cdot10^{-4}$	0,2936	563,78
Плутон	$2{,}72708\cdot10^{-4}$	0,4758	$-2{,}949\cdot10^{-5}$	0,0306	23,79

В таблице 1 представлены значения x, y, z через 10 секунд после начала движения точки

$$\left(x=\breve{x},\quad y=\breve{y},\quad z=\breve{z}\right).$$

Из таблицы 1 видно, что для Юпитера при падении точки без начальной скорости с высоты 1,2 км величина отклонения на восток составляет 1 м. Видно также, что значения y для Меркурия и Венеры пренебрежимо малы.

В таблице 2 даны значения x, y и z через 10 секунд после начала движения точки при $\upsilon_{0x}=20 м/с$, $\upsilon_{0y}=\upsilon_{0z}=0$.

Таблица 2

Планета	*x, м*	*y, м*	*z, м*
Меркурий	200,0	0,0028	184,32
Венера	200,0	-0,0011	443,90
Земля	200,0	0,2713	489,23
Марс	200,0	0,1624	185,51
Юпитер	200,0	1,2495	1188,34
Сатурн	200,0	0,6314	482,72
Уран	200,0	-0,5462	416,99
Нептун	200,0	0,4498	563,86
Плутон	200,0	0,4163	23,79

Сравнение значений y в таблицах 1 и 2 показывает, что они существенно отличаются. Так, для Земли при начальной скорости точки, равной 20 м/с и направленной на север, отклонение на восток возрастает от 0,17 м до 0,27 м.

На рис. 5-7 изображены графики зависимостей y и z от времени для Земли, Юпитера и Урана соответственно, когда начальная скорость точки равна нулю. Видно, что для Урана отклонение точки на запад через 15 секунд движения равно примерно 1 м.

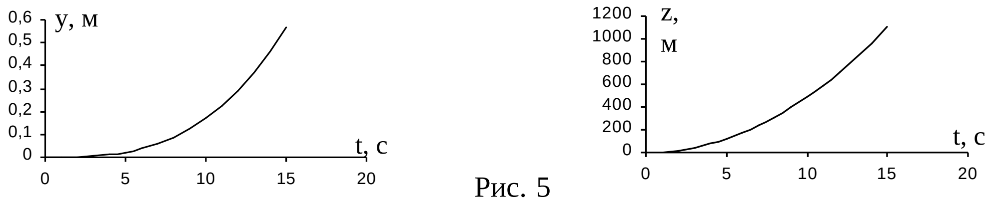

Рис. 5

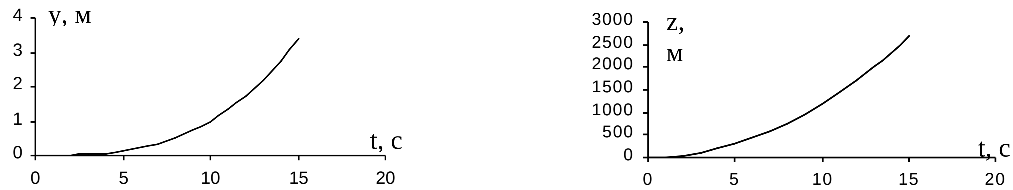

Рис. 6

На рис. 8-10 даны графики зависимости *x*, *y*, *z* от времени для Земли, Юпитера и Урана соответственно, когда $\upsilon_{0x} = \upsilon_{0z} = -\frac{g \cdot c}{6}$, $\upsilon_{0y} = 0$, причем значение *g* у каждой планеты свое. Видно, что уже через 1 секунду движения функция *y* меняет знак, причем для Земли и Юпитера с минуса на плюс, а для Урана – наоборот.

На рис. 11-13 приведены графики зависимости *x*, *y*, *z* от времени для тех же трех планет соответственно, когда $\upsilon_{0y} = -0{,}25\frac{м}{с}$ для Земли и Юпитера, $\upsilon_{0y} = 0{,}25\frac{м}{с}$ для Урана, $\upsilon_{0x} = \upsilon_{0z} = 0$. Видно, что функции *x* и *y* имеют экстремум, причем экстремальное значение по координате *y* достигается раньше.

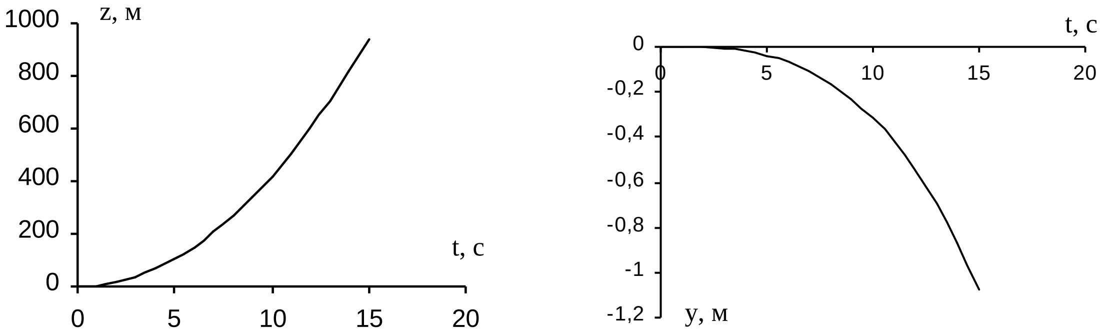

Рис. 7

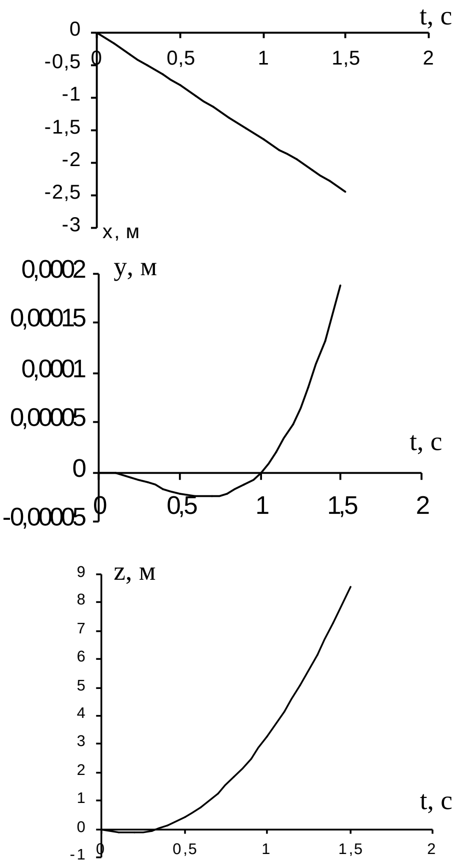

Рис. 8

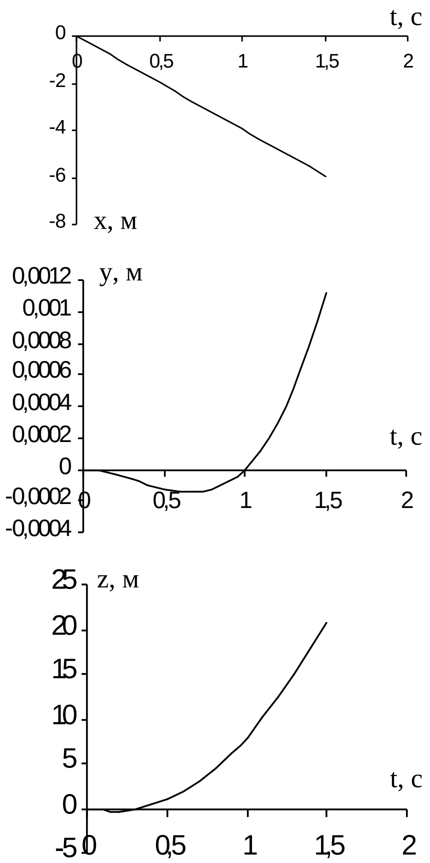

Рис. 9

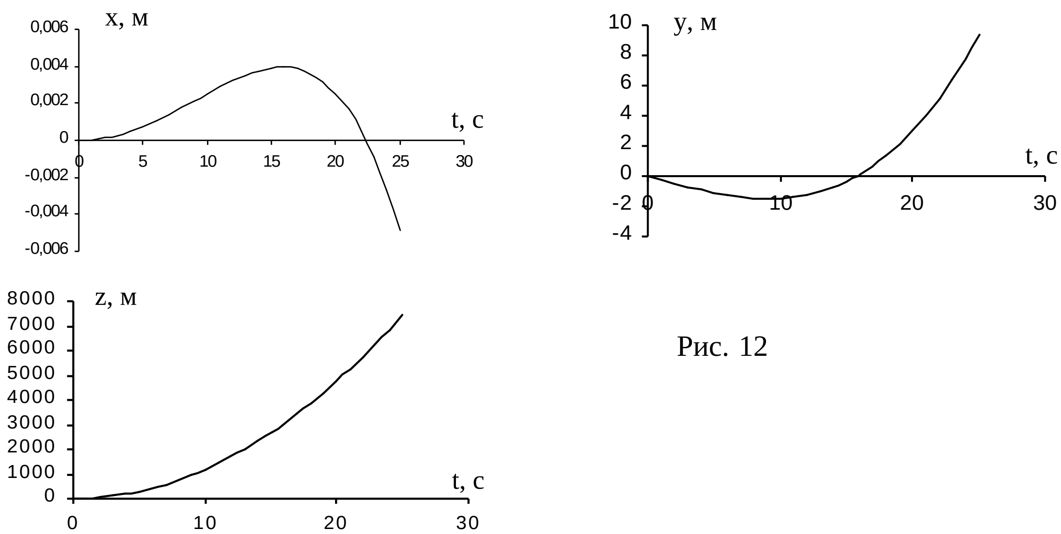

Рис. 12

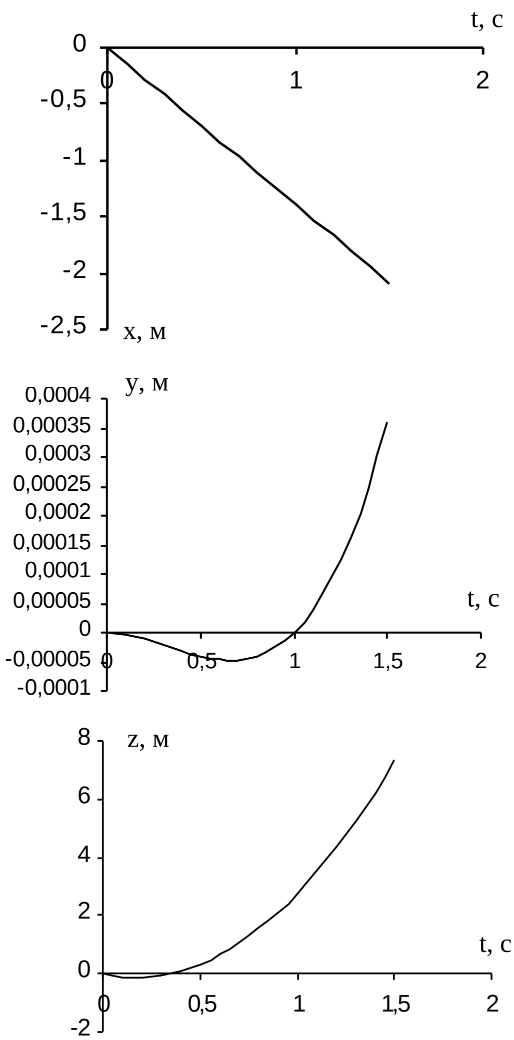

Рис. 10

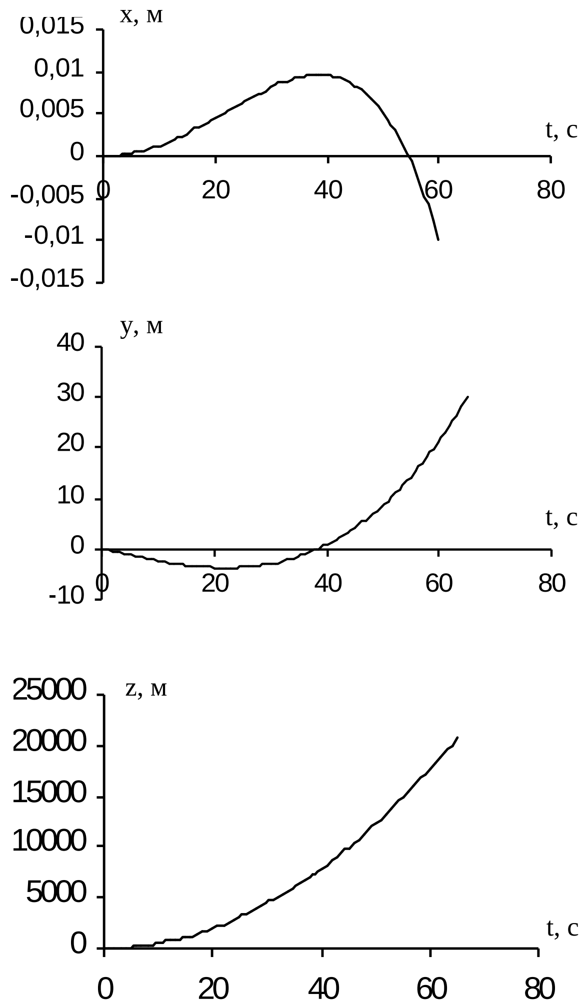

Рис. 11

Падающая точка, поворачиваясь вправо (для Земли и Юпитера) меняет направление движения в следующем порядке: запад, северо-запад, север, северо-восток, восток, юго-восток. Можно сказать, что точка падает по спирале-видной траектории. Для Урана точка начинает падать в восточном направлении с последующим поворотом влево. Разуме-ется, весь цикл изменения направления движения возможен при падении с достаточной высоты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Уипл Ф.Л. Семья Солнца: Планеты и спутники Солнечной системы: Пер. с.англ. Ю.И. Ефремова / Под ред. и с предисл. д-ра физ.-мат. наук, проф. М.Я. Марова. – М.: Мир, 1984. – 316 с.
2. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики: В 2-х томах. Т. II Динамика. – 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 640 с.
3. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики: В 2-х томах. – Спб.: Издательство «Лань», 1998. – 736 с.
4. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. Учебник для техн. Вузов. – 8-е изд., стереотипное. – Спб.: Издательство «Лань», 2001. – 768 с.
5. Байрашев К.А. К задаче о влиянии вращения Земли на движение мате-риальной точки (в печати).

Estimation of influence of planet rotation on movement of a material point near their surfaces

Bayrashev Kuzma Andreyevich

The solution of the task about influence of planet rotation on movement of material point near the surface under nonzero initial conditions has been considered. The dependence of task solution on angular speed of rotation and initial speed of a point is given. The material results are included in tables and graphics