Физико-математические науки

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ НЕСТАЦИОНАРНОГО ДВИЖЕНИЯ ЛЕСОВОЗНОГО АВТОПОЕЗДА НА КРИВЫХ

Соколов Г.М., Стариков С.А.

При нестационарном криволинейном движении лесовозного автопоезда (ЛАП) возникают дополнительные (по сравнению с прямолинейным движением) силы внешнего и внутреннего взаимодействия. Выражения геометрических и кинематических параметров [1, 2] позволяют сделать их количественно-качественную оценку при любом законе движения.

Лесовозный автопоезд представляет собой сложную сочлененную механическую систему, основными элементами которой являются автомобиль-тягач, роспуск и пакет хлыстов (рис. 1).

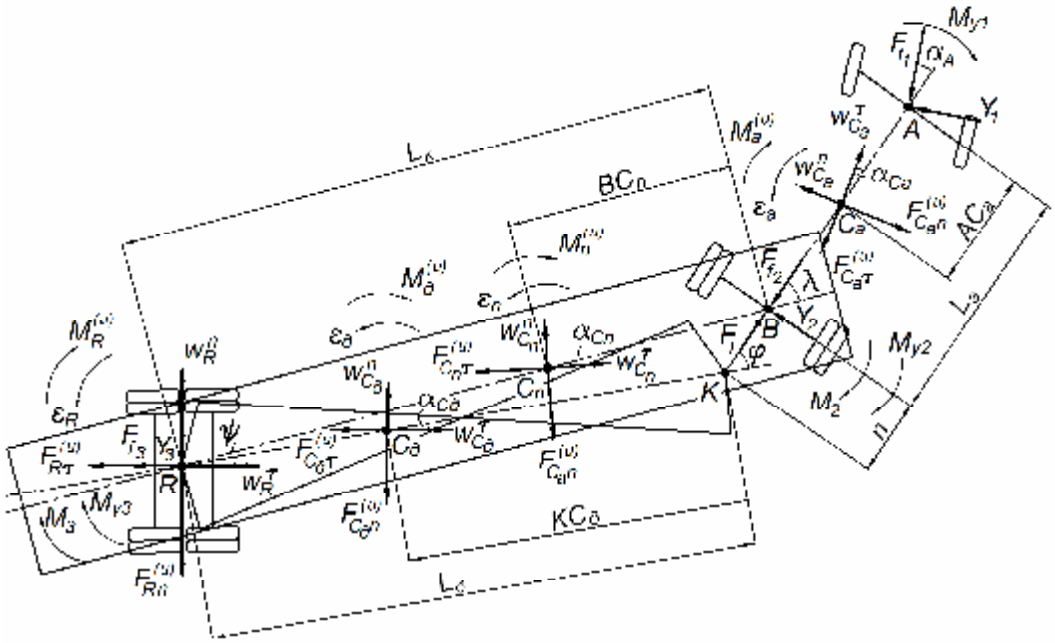

Рисунок 1. Расчетная схема. Лесовозный автопоезд на кривой

При разработке замкнутой математической модели рассматриваем состояние динамического равновесия каждого элемента в отдельности.

С учетом принятых допущений [1] уравнения имеют вид.

Автомобиль-тягач (рис. 2)

$$\begin{aligned}
&\sum m_a = F_T - F_{f_2} - F_{f_1}\cos a_A - Y_1 \sin a_A + \\
&+ F_{C_a n}^{(u)} \sin a_{Ca} - F_{C_a t}^{(u)} \cos a_{Ca} + Q_{amn}\cos l - \\
&- Q_{ann}\sin l - (Q_{a\partial n} + Q_{amn})\sin j + (Q_{a\partial m} - Q_{amm})\cos j = 0, \\
&\sum n_a = -Y_2 - Y_1 \cos a_A + F_{f_1}\sin a_A + F_{C_a n}^{(u)} \cos a_{Ca} + \\
&+ F_{C_a t}^{(u)} \sin a_{Ca} + Q_{amn}\sin l + Q_{ann}\cos l - \\
&- (Q_{amm} - Q_{a\partial m})\sin j + (Q_{amn} + Q_{a\partial n})\cos j = 0, \\
&\sum Z_a = Z_{1пр} + Z_{1лев} + Z_{2пр} + Z_{2лев} - \\
&- Z_{a\partial} - Z_{an} - G_a = 0,
\end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
&\sum M_{m_a} = 0{,}5(Z_{1лев} - Z_{1пр})B_{1a} + 0{,}5(Z_{2лев} - Z_{2пр})B_{2a} + \\
&+ M_{f_1}\sin a_A + Q_{amn}\sin l\, h_к + Q_{ann}\cos l\, h_n + \\
&+ (Q_{a\partial n}\cos j + Q_{a\partial m}\sin j)h_\partial + (Q_{amn}\cos j - \\
&- Q_{amm}\sin j)h_m + (F_{C_a n}^{(u)}\cos a_{Ca} + F_{C_a t}^{(u)}\sin a_{Ca})h_a = 0, \\
&\sum M_{n_a} = (Z_{2пр} + Z_{2лев})L_a + M_{f_1}\cos a_A + M_{f_2} - \\
&- G_a(L_a - AC_a) + Q_{ann}\sin l\, h_n - Q_{amn}\cos l\, h_к + Z_{a\partial}n + \\
&+ (F_{C_a t}^{(u)}\cos a_{Ca} - F_{C_a n}^{(u)}\sin a_{Ca})h_a + (Q_{a\partial n}\sin j - \\
&- Q_{a\partial m}\cos j)h_\partial + (Q_{amn}\sin j + Q_{amm}\cos j)h_m = 0, \\
&\sum M_z = (Y_1\cos a_A - F_{f_1}\sin a_A)L_a + (Q_{amn}\cos j - \\
&- Q_{amm}\sin j + Q_{a\partial m}\sin j + Q_{a\partial n}\cos j)n \\
&- (F_{C_a t}^{(u)}\sin a_{Ca} + F_{C_a n}^{(u)}\cos a_{Ca})(L_a - AC_a) - \\
&- M_{y1} - M_{y2} - M_a^{(u)} + M_{am} - M_2 - M_{an} = 0.
\end{aligned}$$

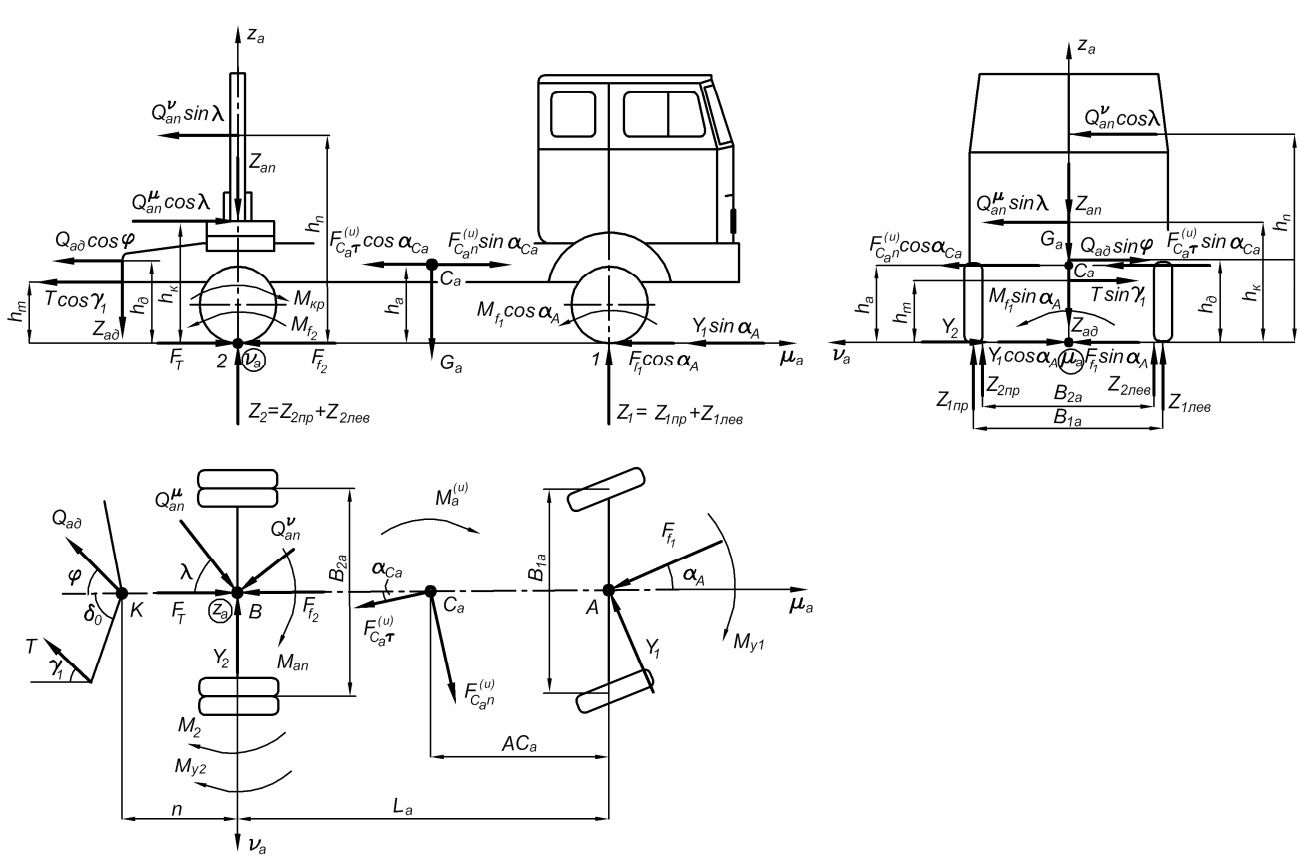

Рисунок 2. Автомобиль-тягач

Роспуск с дышлом (рис. 3)

$$\sum m_p = -(Q_{\partial an} + Q_{man})\sin y + (Q_{mam} - Q_{\partial am})\cos y -$$
$$- F_{C_\partial n}^{(u)}\sin(y - a_{C\partial}) - F_{C_\partial t}^{(u)}\cos(y - a_{C\partial}) -$$
$$- Q_{pnm}\cos(z_n - z_p) + Q_{pnn}\sin(z_n - z_p) - F_{Rt}^{(u)} - F_{f_3} = 0,$$

$$\sum n_p = -Y_3 + F_{C_\partial n}^{(u)}\cos(y - a_{C\partial}) -$$
$$- F_{C_\partial t}^{(u)}\sin(y - a_{C\partial}) + Q_{pnm}\sin(z_n - z_p) +$$
$$+ Q_{pnn}\cos(z_n - z_p) - (Q_{\partial an} + Q_{man})\cos y +$$
$$+ (Q_{\partial am} - Q_{mam})\sin y + F_{Rn}^{(u)} = 0,$$

$$\sum Z_p = Z_{3пр} + Z_{3лев} + Z_{\partial a} - Z_{pn} - G_\partial - G_p = 0, \quad (2)$$

$$\sum M_{m_p} = 0{,}5(Z_{3лев} - Z_{3пр})B_{3p} - G_\partial(L_\partial - KC_\partial)\sin y +$$
$$+ Q_{pnm}\sin(z_n - z_p)h_{pn}$$
$$+ Q_{pnn}\cos(z_n - z_p)h_{cn} +$$
$$+ F_{Rn}^{(u)}h_{cp} - (Q_{mam}\sin y + Q_{man}\cos y)h_m +$$
$$+ [F_{C_\partial n}^{(u)}\cos(y - a_{C\partial}) - F_{C_\partial t}^{(u)}\sin(y - a_{C\partial}) +$$
$$+ Q_{\partial am}\sin y - Q_{\partial an}\cos y]h_\partial + Z_{\partial a}L_\partial\sin y = 0,$$

$$\sum M_{n_p} = Z_{\partial a}L_\partial\cos y + M_{f_3} - G_\partial(L_\partial - KC_\partial)\cos y +$$
$$+ Q_{pnm}\cos(z_n - z_p)h_{pn} +$$
$$+ (Q_{man}\sin y - Q_{mam}\cos y)h_m - Q_{pnn}\sin(z_n - z_p)h_{cn} +$$
$$+ (F_{C_\partial n}^{(u)}\sin(y - a_{C\partial}) + F_{C_\partial t}^{(u)}\cos(y - a_{C\partial}) + Q_{\partial am}\cos y +$$
$$+ Q_{\partial an}\sin y)h_\partial + F_{Rt}^{(u)}h_{cp} = 0,$$

$$\sum M_{z_p} = (Q_{man} + Q_{\partial an})L_\partial + (F_{C_\partial t}^{(u)}\sin a_{C\partial} -$$
$$- F_{C_\partial n}^{(u)}\cos a_{C\partial})(L_\partial - KC_\partial) - M_3 -$$
$$- M_R^{(u)} - M_\partial^{(u)} + M_{pn} - M_{ma} - M_{y3} = 0.$$

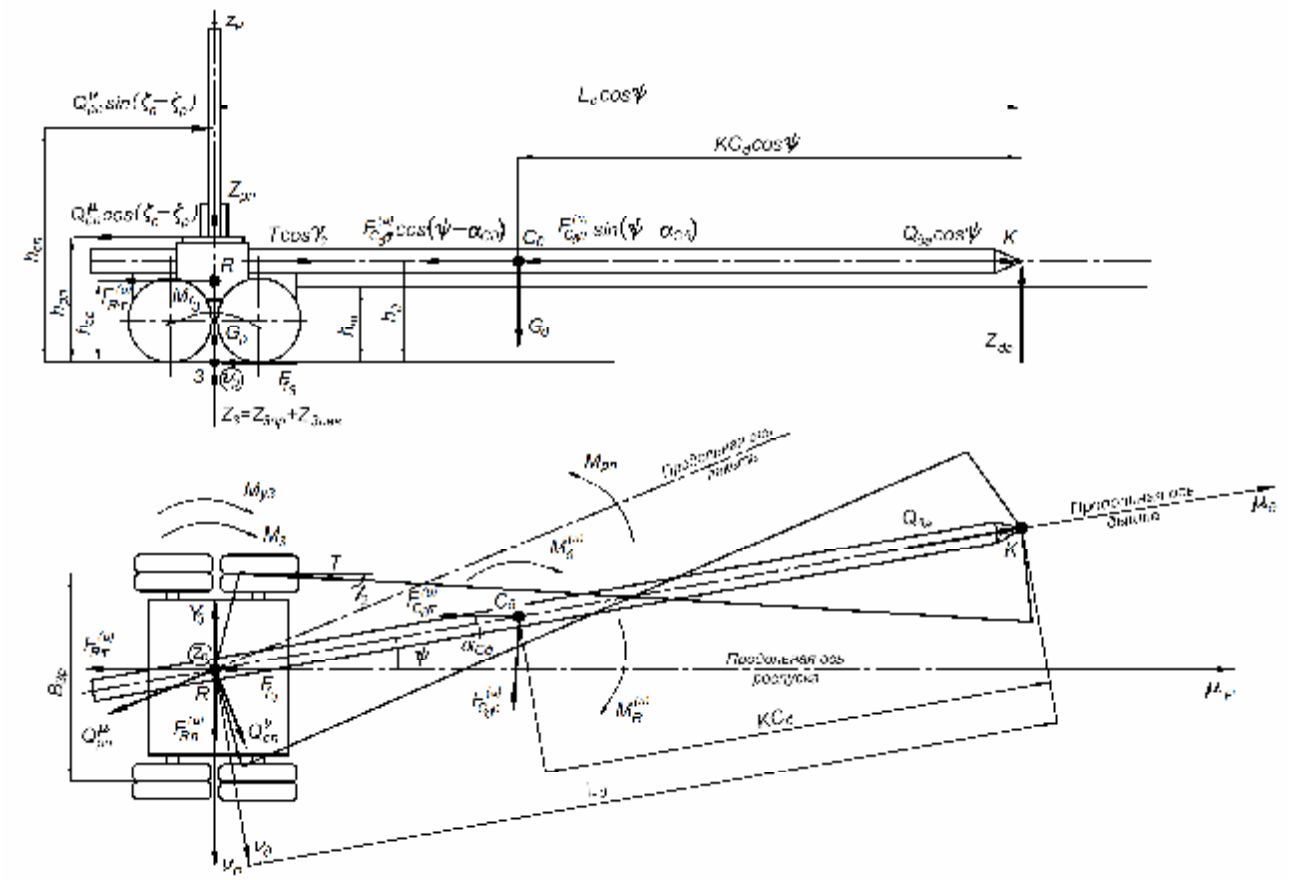

Рисунок 3. Роспуск с дышлом

Пакет хлыстов (рис. 4)

$$\sum m_n = Q_{npm} - Q_{nam} - F_{C_n n}^{(u)} \sin a_{Cn} - F_{C_n t}^{(u)} \cos a_{Cn} = 0,$$

$$\sum n_n = -Q_{npn} - Q_{nan} + F_{C_a n}^{(u)} \cos a_{Cn} - F_{C_a t}^{(u)} \sin a_{Cn} = 0,$$

$$\sum Z_n = Z_{na} + Z_{np} - G_n = 0, \quad (3)$$

$$\sum M_{m_n} = (F_{C_n n}^{(u)} \cos a_{Cn} - F_{C_n t}^{(u)} \sin a_{Cn}) h_{nk} - Q_{npn} h_2 - Q_{nan} h_1 = 0,$$

$$\sum M_{n_n} = Z_{na} L_к - G_n (L_к - BC_n) + (F_{C_n n}^{(u)} \sin a_{Cn} + F_{C_n t}^{(u)} \cos a_{Cn}) h_{nк} = 0,$$

$$\sum M_{z_n} = M_{na} - M_n^{(u)} - M_{np} + Q_{nan} L_к + (F_{C_n t}^{(u)} \sin a_{Cn} - F_{C_n n}^{(u)} \cos a_{Cn})(L_к - BC_n) = 0.$$

Обозначения.

F_T - сила тяги, приложена к средней точке B задней оси автомобиля.

F_{f_1}, F_{f_2}, F_{f_3} - силы трения, приложенные (условно) в средних точках осей автомобиля и площадки роспуска,

$$F_{f_1} = fZ_1,\ F_{f_2} = fZ_2,\ F_{f_{31}} = fZ_3,$$

где Z_1, Z_2, Z_3 - вертикальные реакции.

M_{f_1}, M_{f_2}, M_{f_3} - моменты сопротивления качению соответствующих осей автопоезда

$$M_{f_1} = f_k Z_1,\ M_{f_2} = f_k Z_2,\ M_{f_3} = f_k Z_3.$$

M_2 и M_3 - суммарные моменты сопротивления повороту спаренных колес автомобиля и роспуска (зависят от радиуса кривизны траектории средней точки оси, ширины колеи, динамического радиуса качения колес)

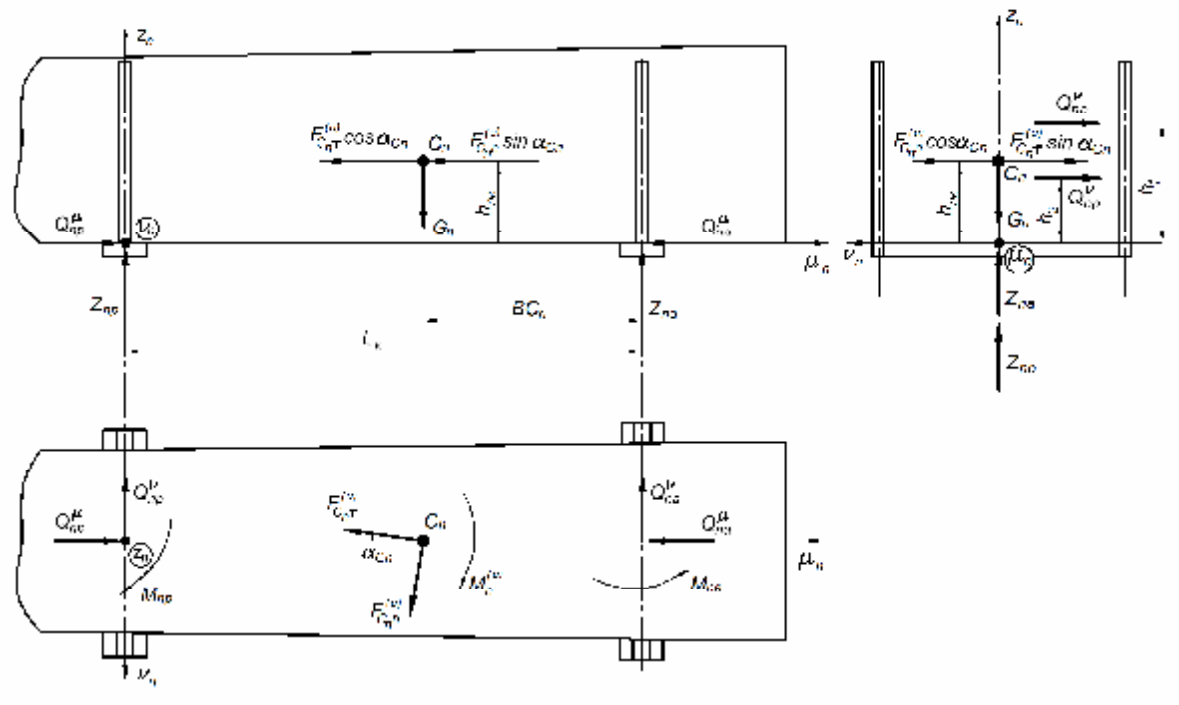

Рисунок 4. Пакет хлыстов

$$M_2 = \frac{2r_\partial s_ш^2 R_2}{l_ш (R_3 - 0{,}25B_{2a}^2)},$$

$$M_3 = \frac{4r_ä s_ø^2 R_3}{l_ø (R_3^2 - 0{,}25B_{3p}^2)} + \frac{2k_s L_p^2 R_3}{R_3^2 - 0{,}25B_{3p}^2},$$

где $s_ш$ - расстояние между серединами опорных поверхностей спаренных шин, $l_ш$ - коэффициент тангенциальной эластичности шины, k_s - боковая жесткость шины.

M_{y1}, M_{y2}, M_{y3} - моменты, возникающие из-за неравенства продольных реакций внешнего и внутреннего колес оси и направленные противоположно повороту оси.

Y_1, Y_2, Y_3 - суммарные боковые реакции, условно приложенные в средних точках осей перпендикулярно к плоскости вращения колес.

Инерционные силовые факторы.

Нормальная и касательная силы инерции *i*-того элемента, приложенные в его центре масс,

$$F_{C_i n}^{(u)} = m_i w_{C_i}^n,\ F_{C_i t}^{(u)} = m_i w_{C_i}^t.$$

Момент пары сил инерции (относительно центральной оси)

$$M_i^{(u)} = J_i e_i,$$

где J_i - момент инерции *i*-того элемента автопоезда.

Определение реакций дорожного полотна и сил внутреннего взаимодействия элементов автопоезда достигается совместным решением систем уравнений (1)-(3).

Разработанная математическая модель и ее реализация с помощью ПЭВМ позволяют провести анализ динамических параметров ЛАП для общего случая его нестационарного движения на кривых.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соколов Г.М. Движение лесовозного автопоезда на кривых. Теория. Расчет. Эксперимент / Г.М. Соколов. – ВИНИТИ, 1998. № 2507-В98. – 274 с.

2. Соколов, Г. М. Геометрические характеристики движения лесовозного автопоезда на переходных кривых /Г.М. Соколов, С.А. Стариков //XI международная научно - техническая конференция по транспортной технике и технологии «trans&MOTAUTO'04». – Пловдив, Болгария, 2004. – С. 93-96.

Работа представлена на научную конференцию с международным участием «Современные наукоемкие технологии», Доминиканская республика, 5-16 апреля 2006г. Поступила в редакцию 14.03.2006г.

ОБЩАЯ ПОСЛЕДНЯЯ ТЕОРЕМА П. ФЕРМА

Соколов Г.М.
МарГТУ

Теорема. Если a, b, c - положительные целые (рациональные) числа, то

$$a^n + b^n = c^n \qquad (1)$$

справедливо только при $n = 1;2$ ($n \geq 1$, кроме трансцендентных значений).

Доказательство.

Для функции $c = \sqrt[n]{a^n + b^n}$, следующей из (1), установлено $c^2 = (a-b)^2 + 2^{\frac{2}{m}} ab$, или (2)

$(a^n + b^n)^{\frac{2}{n}} = (a+b)^2 + 2^{\frac{2}{m}} ab - 4ab$, где $m \geq 1$. (3)