УДК 510.6

О ВЕЛИКОЙ ТЕОРЕМЕ ФЕРМА

Сибгатуллин Э.С.
Камский государственный политехнический институт

Сделана очередная попытка доказательства теоремы Ферма (Pierre de Fermat, 1601-1665). Для этой цели использованы теория неравенств, бином Ньютона, принцип доказательства по методу математической индукции. Аксиома индукции использована нетрадиционным образом.

Сделана очередная попытка доказательства теоремы Ферма (Pierre de Fermat, 1601-1665). Для этой цели использованы теория неравенств, бином Ньютона, принцип доказательства по методу математической индукции. Аксиома индукции использована нетрадиционным образом.

Теорема Ферма утверждает, что уравнение $x^n + y^n = z^n$ невозможно при целых положительных значениях x, y, z, если $n>2$ [4].

Ферма написал на полях против 8-й задачи II книги Диофанта «Разделить квадратное число на два других квадратных числа» следующие слова: «Разделить куб на два других куба, четвертую степень или вообще какую-либо степень выше второй на две степени с тем же обозначением невозможно, и я нашел воистину замечательное доказательство этого, однако поля слишком узки, чтобы поместить его». Если Ферма и имел такое замечательное доказательство, то за последующие три столетия напряженных исследований такое доказательство не удалось получить [4]. Простота формулировки этой теоремы и загадочные слова о «чудесном доказательстве» ее привели к широкой популярности теоремы среди не математиков и к образованию целой корпорации «ферматистов», у которых, по словам Дэвенпорта, «смелость значительно превосходит их математические способности». Поэтому великая теорема стоит на первом месте по числу данных ей неверных доказательств [2]. Сам Ферма оставил доказательство этой теоремы для четвертых степеней. Эйлер доказал Великую теорему для n=4 (способом, несколько отличным от способа Ферма), а спустя 20 лет- и для n=3. Куммер доказал эту теорему для некоторого класса простых показателей n. Как отмечено в [2], в настоящее время справедливость Великой теоремы Ферма проверена для всех показателей меньше 5500. Ниже приведен вариант простого доказательства этой теоремы; автор надеется, что этот вариант имеет оригинальный и общий характер.

Пусть a, b, c, n – натуральные числа, x³0 – целое число. Для определенности примем, что a£b.

Содержание Великой теоремы Ферма ($a^n+b^n\neq c^n$ при $n>2$) запишем в виде следующих неравенств:

$$(b+x)^n<a^n+b^n< (b+x+1)^n,\ n>2\ . \qquad (1)$$

Здесь

$$\sqrt[n]{a^n+b^n}-b-1<x<\sqrt[n]{a^n+b^n}-b\ .$$

В результате вычислительных экспериментов замечено, что:

- зависимости $x=x(a, b, n)$ в виде одного уравнения не существует;
- для заданного значения n при достаточно большом значении разности $(b-a)$ значение x равняется нулю;
- для заданных значений a и b при достаточно большом значении n значение x равняется нулю.

Исходя из вышеприведенных замечаний, рассмотрим частный случай неравенств (1):

$$b^n<a^n+b^n<(b+1)^n. \qquad (2)$$

Вместо (2) можно рассмотреть следующие неравенства:

$$b^n<a^n+b^n£\ 2b^n <(b+1)^n. \qquad (3)$$

Справедливость первого и второго неравенств из (3) не вызывает сомнений. Рассмотрим третье неравенство из (3):

$$2b^n <(b+1)^n. \qquad (4)$$

Используя формулу бинома Ньютона [1], (4) запишем в виде:

$$2b^n <b^n +nb^{n-1} +0,5n(n-1)b^{n-2} +...+1.$$

Это неравенство можно представить в следующем виде:

$$b^{n-1}(b-n) <0,5n(n-1)b^{n-2} +...+1. \qquad (5)$$

Правая часть неравенства (5) всегда больше нуля. Поэтому, при выполнении условия n³b неравенство (5) всегда имеет место. Следовательно, при выполнении условий:

$$n³b³a \qquad (6)$$

неравенства (2) всегда выполняются. Тем самым мы убеждаемся в справедливости теоремы Ферма для произвольных чисел, удовлетворяющих условиям (6).

Интересно отметить, что выполнение условий (6) обеспечивает справедливость теоремы

Ферма и при n=2; при n=1 в (5) мы выходим из множества натуральных чисел.

Обратимся к принципу доказательства по методу полной (математической) индукции [1]. Пусть $A(n)$ – зависящее от $n \in N$ утверждение (N-множество натуральных чисел). Если доказано, что:

а) $A(n_0)$выполняется;

б) при условии, что $A(n)$ справедливо для некоторого n, верно также $A(n+1)$ (шаг индукции), то $A(n)$справедливо для всех $n \in N$, $n \geq n_0$.

В рассматриваемом здесь случае $A(n)$ - утверждение о справедливости теоремы Ферма. Для случая $n_0=3$ это теорема доказана Эйлером; для произвольных n, $n+1$,...,∞, удовлетворяющих условиям (6), доказательство теоремы Ферма приведено выше. Учитывая достаточно произвольный характер n, $n+1$, удовлетворяющих условиям (6), на основе аксиомы индукции можно утверждать, на наш взгляд, что теорема Ферма верна и для всех $n \in N$, $n \geq 3$.

Основное содержание этой работы депонировано в ВИНИТИ [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по высшей математике для инженеров и учащихся втузов. – М.: Наука, 1980. – 976 с.

2. Самин Д. К. Сто великих ученых. – М.: Вече, 2003. – 592 с.

3. Сибгатуллин Э. С. К доказательству теоремы Ферма. М., 2005. Деп. в ВИНИТИ,09.11.2005. №1447 – В2005. – 3 с.

Стройк Д. Я. Краткий очерк истории математики. – М.: Наука, 1990. – 256 с.

ABOUT THE GREAT THEOREM THE FERMAT

Sibgatullin E.S.
Kama state polytechnic institute

The regular attempt of the proof of the theorem Pierre de Fermat (1601-1665) is made. For this purpose the theory of inequalities, a binomial theorem, a principle of the proof on a method of a mathematical induction are used. The axiom of induction is used in a different way.