О ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПОСТОЯННЫМ ОТКЛОНЕНИЕМ

Терехин М.Т.
Рязанский государственный педагогический университет
Рязань, Россия

ON THE PERIODIC SOLUTIONS OF NONLINEAR SYSTEMS OF DIFFERENTIONAL EQUATIONS WITH A CONSTANT DEVIATION

Terehin M.T.
Ryazan State Pedagogical University
Ryazan, Russia

Рассматривается система уравнений

$$F(t, x(t), \varepsilon, \lambda) \equiv S\dot{x} + Gx(t) + A(\lambda)(t - \varphi_1(\varepsilon)) + f(t, x(t), x(t - \varphi_2(\varepsilon)), \lambda), \qquad (1)$$

в которой $x \in E_n$, S, G, $A(\lambda)$ – постоянные матрицы, $\lim\limits_{\lambda \to 0} \|A(\lambda)\| = 0$, матрица S может быть особенной, $f(t, x, z, \lambda)$ – 2π-периодическая по t вектор-функция, $f(t, 0, 0, \lambda) \equiv 0$, $\lambda \in E_m$, $\varepsilon \in E_p$, ε, λ – параметры, $t \in (-\infty, \infty)$, E_n – n-мерное векторное пространство, при любом $i \in \{1, 2\}$ φ_i, $x(t - \varphi_i(\varepsilon))$ – r_i-мерные вектор-функции.

Символом M_n обозначается пространство, элементами которого являются ряды $a_0 + \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \cos kt + b_k \sin kt$, a_0 и при любом $k \in N$ a_k, b_k – n-мерные векторы.

Под 2π-периодическим решением системы (1) понимается элемент $x_0(t) \in M_n$, при некоторых значениях ε и λ удовлетворяющий равенству $F(t, x_0(t), \varepsilon, \lambda) = 0$.

Ставится задача – определить условия существования ненулевого 2π-периодического решения системы (1).

Определяются условия, при которых пространство M_n может быть представлено равенством $M_n = W_0 \oplus W_1 \oplus W_2$, где $\oplus$ – знак прямой суммы, W_0, W_1 – конечно-мерные пространства соответственно с базисами $h_1, h_2, ..., h_w$ и $q_1, q_2, ..., q_l$, W_2 – бесконечно-мерное пространство. Любой элемент $x(t) \in M_n$ можно единственным образом представить равенством $x(t) = Px(t) + \sum\limits_{i=1}^{w} \xi_i(x(t)) h_i + \sum\limits_{j=1}^{l} \eta_j(x(t)) g_j$, P – оператор проектирования пространства W_n в пространство W_2, $\xi_i(x(t))$, $\eta_j(x(t))$ – линейные функционалы. Следовательно, задача определения условий существования элемента $x(t) \in M_n$, удовлетворяющего равенству $F(t, x(t), \varepsilon, \lambda) = 0$ равносильна задаче определения условий существования элемента $x(t) \in M_n$, удовлетворяющего равенствам $PF(t, x(t), \varepsilon, \lambda) = 0$, $\xi_i(F(t, x(t), \varepsilon, \lambda)) = 0$, $\eta_j(F(t, x(t), \varepsilon, \lambda)) = 0$ при любых $i \in \{1, 2, ..., w\}$, $j \in \{1, 2, ..., l\}$.

В основе доказательств теорем о существовании ненулевого 2π-периодического решения системы (1) лежит метод неподвижной точки нелинейного оператора.