

УДК 530.1.076

## РАБОТА ПРИ КРИВОЛИНЕЙНОМ И ВРАЩАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ ТЕЛ

Иванов Е.М.

*Димитровградский институт технологии, управления и дизайна,  
Димитровград*

**При криволинейном движении тела под действием силы  $F$ , направленной по касательной к траектории, кроме обычной работы  $dA = FdS$ , работу совершает и центростремительная сила  $F_n = mV^2 / R$ . При движении тела по окружности работа  $A_n = 2FR(\sin j - j \cos j)$ , где  $j$  - угол поворота. При вращательном движении цилиндра работа центростремительной силы  $A_n = \frac{8}{9}FR(\sin j - j \cos j)$ ;  $0 \leq j \leq p$ .**

Во всех курсах физики для вычисления работы предлагается формула:

$$dA = FdS \cos a \tag{1}$$

Из этой формулы следует, что работа равна нулю, если сила не производит перемещение тела или если сила перпендикулярна перемещению  $S$  (например, центростремительные силы). Однако автором в работах [1-3] было показано, что центростремительные и гироскопические силы также совершают работу. В тех же курсах физики приводятся примеры, свидетельствующие о том, что центростремительные силы все же совершают работу!

Так, в [4, стр. 257] говорится: «Из того, что при криволинейном движении тело испытывает ускорение, следует, что на него должны действовать силы. Например, грузик, привязанный к нити, может двигаться по окружности только в том случае, если нить тянет его с некоторой силой. Но нить может тянуть грузик только если она деформирована (растянута)». И далее [стр.259]: «При вращении колес, дисков и т.п. возникают деформации того же типа, что и деформации связей, заставляющих тело двигаться по окружности. Именно силы, обусловленные такими деформациями, и сообщают частям вращающегося тела центростремительные ускорения, необходимые для того, чтобы эти части двигались по окружности. Если тела очень жестки, то деформации очень малы и их непосредственное наблюдение невозможно».

Однако эти деформации могут привести к разрушению вращающегося тела: в ряде случаев маховики и другие вращающиеся части машин разрывались при движении. Разрушение было связано обычно с превышением допустимой скорости вращения». Вот и говори после этого, что

центростремительные силы не совершают работы!

Если тело массы  $m$  под действием силы  $F$  движется по криволинейной траектории  $dS$ , то кроме обычной («путевой») работы  $dA = FdS \cos a$ , еще совершается работа центростремительной силы  $F_n = ma_n = mV^2 / R$ , где  $V = dS / dt$ ,  $dS = R \cdot dj$ , где  $R$  - радиус кривизны элемента  $dS$  (рис.1). Элементарная работа центростремительной силы (см. гл.3)

$$dA_n = F_n dS_n \tag{2}$$

Т.к.  $S_n = R(1 - \cos j)$ , то

$$dS_n = R \sin j dj \tag{3}$$

Рассмотрим, например, разгон тела из неподвижного состояния по дуге окружности радиуса  $R$  под действием постоянной силы  $F$ , направленной по касательной. Обычная («путевая») работа может быть вычислена по известной формуле

$$dA = M \cdot dj \tag{4}$$

где  $M = F \cdot R$  - момент силы. Поскольку скорость тела определяется выражением  $V = R\omega = Ret$ , угловое ускорение  $e = F / mR$ , время  $t^2 = 2j / e$ , то центростремительная сила:

$$F_n = \frac{m}{R}(Ret)^2 = 2mRej = 2jF \tag{5}$$

Элементарная работа центростремительной силы:

$$dA_n = 2FRj \sin j dj \tag{6}$$

Работа

$$A_n = \int_0^j 2FRj \sin j dj = 2FR(\sin j - j \cos j) \tag{7}$$

Работу  $A_n$  центростремительной силы  $F_n$  и углов поворота приведем в Таблице 1. обычную («путевую») работу  $A$  для различных

**Таблица 1.** Работа  $A_n$  центростремительной силы  $F_n$  и обычная («путевая») работа  $A$  для различных углов поворота

Угол поворота, $J$	$p/2$	$p$	$3p/2$	$2p$
Работа $A_n$	$2FR$	$2pFR$	$2FR(1+p)$	$4pFR$
«Путевая» работа $A$	$pFR/2$	$pFR$	$3pFR/2$	$2pFR$

Поскольку силы  $F$  и  $F_n$  взаимноперпендикулярны, то работы этих сил аддитивны, т.е. складываются арифметически:  $A_\Sigma = A + A_n$ .

Рассмотрим работу, затрачиваемую на разгон вокруг оси тела вращения (например, цилиндра радиуса  $R$ , высотой  $H$ , плотность материала цилиндра  $\rho$ , масса цилиндра  $m = \rho R^2 H$ ). На рис. 2 показано сечение цилиндра и действующая на него вращающая сила  $F$ . Обычная («путевая») работа определяется формулой (4).

Элементарная центростремительная сила, действующая на кольцевой элемент толщиной  $dr$ , будет равна

$$dF_n = \frac{V^2 dm}{r} = \frac{w^2 r^2 r H \cdot 2\rho \cdot rdr}{r} = 2\rho r H w^2 r^2 dr \quad (8)$$

Суммарная центростремительная сила, действующая на цилиндр:

$$F_n = \frac{2}{3} \rho r H R^3 w^2 = \frac{2}{3} m R w^2 = \frac{4}{3} m R e j = \frac{4}{3} F j \quad (9)$$

**Таблица 2.** Работа  $A_n$  центростремительной силы  $F_n$  и обычная («путевая») работа  $A$  вращающей силы  $F$  для различных углов поворота

Угол поворота, $J$	$p/2$	$p$	$3p/2$	$2p$
Работа $A_n$	$8FR/9$	$8pFR/9$	$8FR(1+p)/9$	$16pFR/9$
«Путевая» работа $A$	$pFR/2$	$pFR$	$3pFR/2$	$2pFR$

В силу принципа аддитивности суммарная работа на разгон цилиндра находится арифметическим сложением:  $A_\Sigma = A + A_n$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов Е.М. О работе центростремительных и гироскопических сил. //Вестник ДИТУД, №1, Димитровград, 2003.
2. Иванов Е.М. Дополнительные главы классической механики. Димитровград: ДИТУД УлГТУ, 2004.

Радиус приложения силы  $F_n$  равен  $R_* = 2R/3$ . Тогда в соответствии с выражением (3) получим

$$dS_n = R_* \sin j \, dj = \frac{2}{3} R \sin j \, dj \quad (10)$$

Элементарная работа центростремительной силы:

$$dA_n = F_n dS_n = \frac{8}{9} FR j \sin j \, dj \quad (11)$$

Работа центростремительной силы:

$$A_n = \int_0^j \frac{8}{9} FR j \sin j \, dj = \frac{8}{9} FR (\sin j - j \cos j) \quad (12)$$

Работа  $A_n$  центростремительной силы  $F_n$  и обычная («путевая») работа  $A$  вращающей силы  $F$  для различных углов поворота приведена в Таблице 2.

3. Иванов Е.М. Работа центростремительных и гироскопических сил.//Успехи современного естествознания, №9, 2004.

4. Элементарный учебник физики. Под ред. Г.С.Ландсберга. Том I. Изд. «Наука», М.,1972.

**WORK AT CURVILINEAR AND ROTARY MOVEMENT OF PH**

Ivanov E.M.

*Dimitrovgrad institute of technology, management and design, Dimitrovgrad*

At curvilinear movement of a body under action of the force  $F$  directed on a tangent to a trajectory, except for usual work  $dA = FdS$ , work is made also with centripetal force  $F_n = mV^2 / R$ . At movement of a body on a circle work  $A_n = 2FR(\sin j - j \cos j)$ , where  $j$  - a corner of turn. At rotary movement of the

cylinder work of centripetal force  $A_n = \frac{8}{9}FR(\sin j - j \cos j)$ ;  $0 \leq j \leq p$ .